

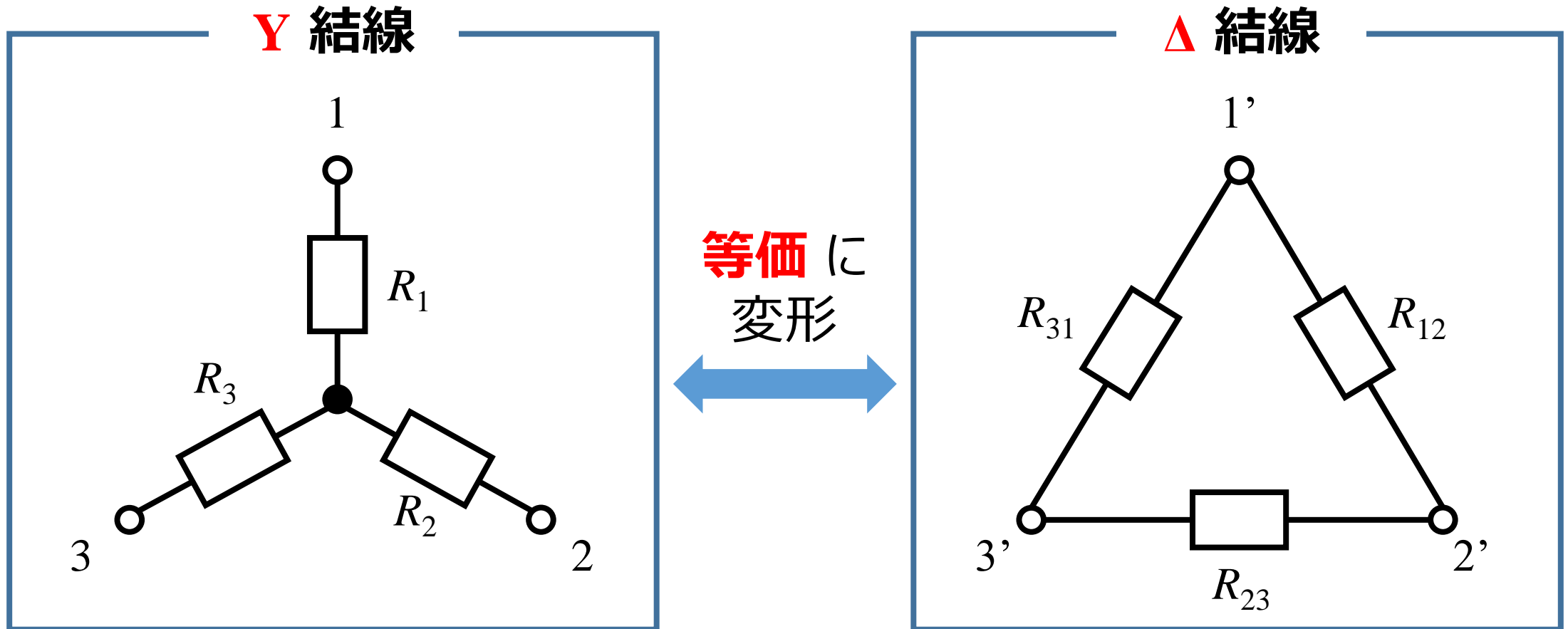
3. Y- Δ 変換とブリッジ回路

3. Y- Δ Transform and Bridge Circuit

講義内容

1. $Y \Rightarrow \Delta$ 変換
2. $\Delta \Rightarrow Y$ 変換
3. ブリッジ回路への応用

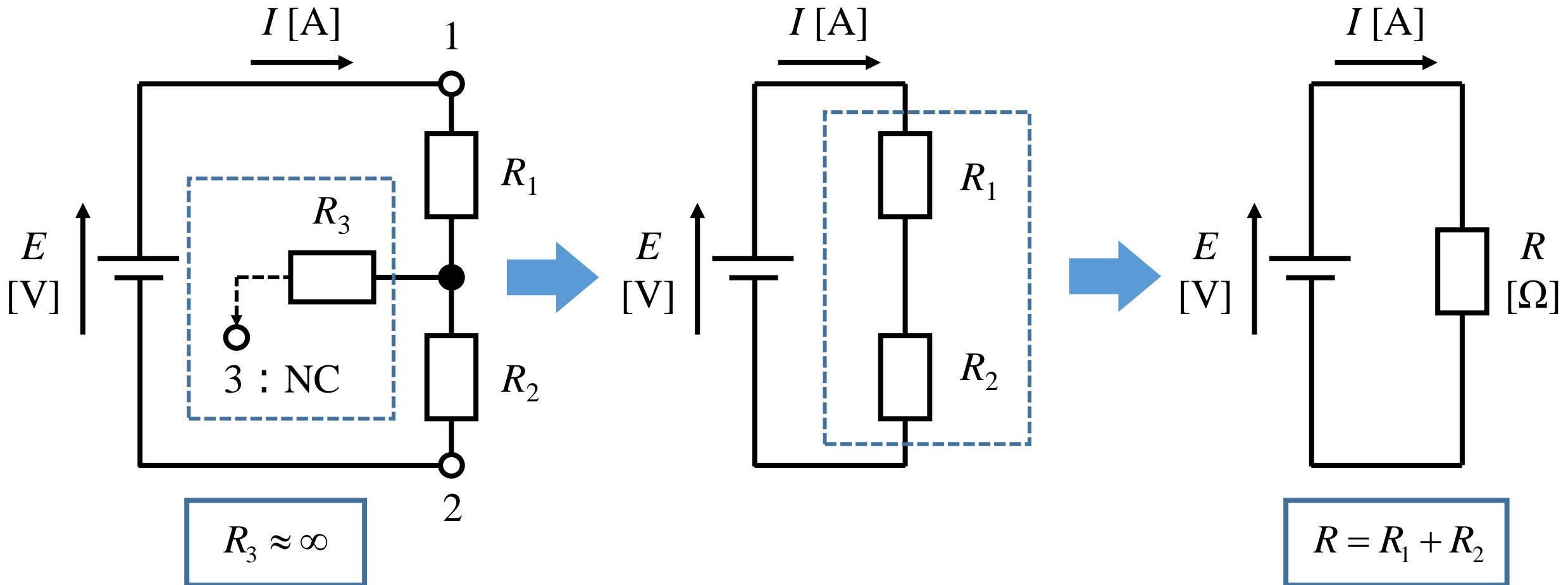
Y- Δ 変換



$1-2 \Leftrightarrow 1'-2'$, $2-3 \Leftrightarrow 2'-3'$, $3-1 \Leftrightarrow 3'-1'$
各端子間の抵抗値が等価になるように変形を行う

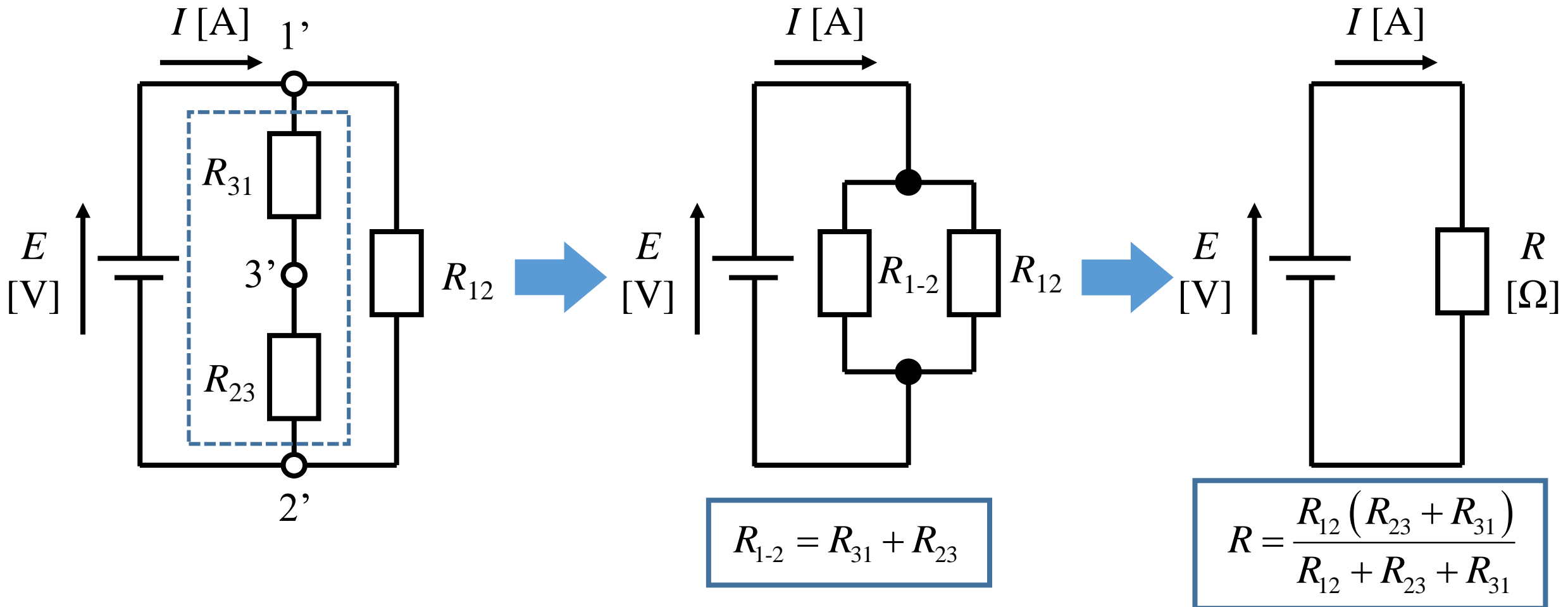
$\Delta \Rightarrow Y$ 変換における対応関係の導出 (Y結線)

1 - 2 端子に電源 $E[V]$ を接続し, 3 端子は **非** 接続 (NC)



$\Delta \Rightarrow Y$ 変換における対応関係の導出 (Δ 結線)

1' - 2' 端子に電源 $E[V]$ を接続し, 3' 端子は **非** 接続 (NC)

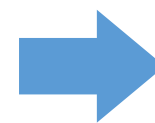


$\Delta \Rightarrow Y$ 変換における各種基本方程式を導出

1-2 (1' - 2') 端子に電源 $E[V]$ を接続し, 3 (3') 端子は **非** 接続 (NC)

式①

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



他の抵抗も
同様に計算

2-3 (2' - 3') 端子に電源 $E[V]$ を接続し, 1 (1') 端子は **非** 接続 (NC)

式②

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{31} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

3-1 (3' - 1') 端子に電源 $E[V]$ を接続し, 2 (2') 端子は **非** 接続 (NC)

式③

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$\Delta \Rightarrow Y$ 変換

$$(\textcircled{1} + \textcircled{3} - \textcircled{2}) \div 2 \quad \rightarrow \quad \frac{(R_1 + R_2) + (R_3 + R_1) - (R_2 + R_3)}{2} = \frac{2R_1}{2} = R_1$$

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31}) + R_{31}(R_{12} + R_{23}) - R_{23}(R_{31} + R_{12})}{2(R_{12} + R_{23} + R_{31})} \\ &= \frac{R_{12}R_{23} + R_{12}R_{31} + R_{31}R_{12} + R_{31}R_{23} - R_{23}R_{31} - R_{23}R_{12}}{2(R_{12} + R_{23} + R_{31})} \\ &= \frac{2R_{12}R_{31}}{2(R_{12} + R_{23} + R_{31})} \\ &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned}$$

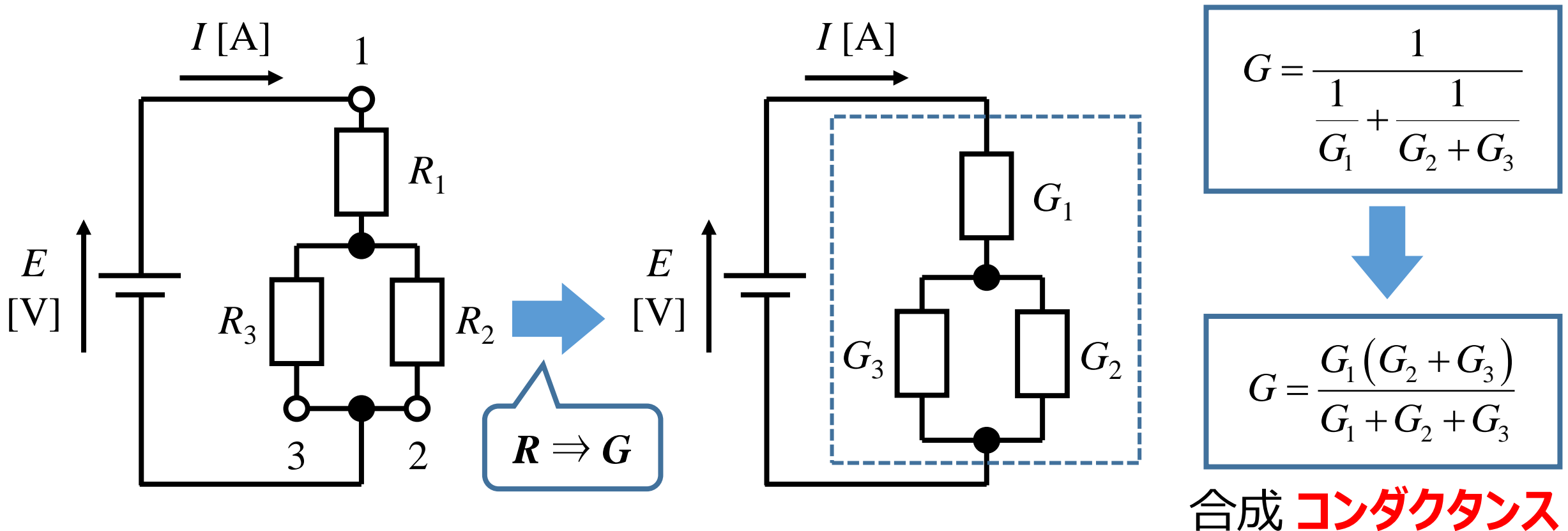
他のも同様に展開

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned}$$

Y ⇒ Δ変換における対応関係の導出 (Y結線)

式①②③から変形すると非常にややこしいので、関係性が**逆**になるように**変形**

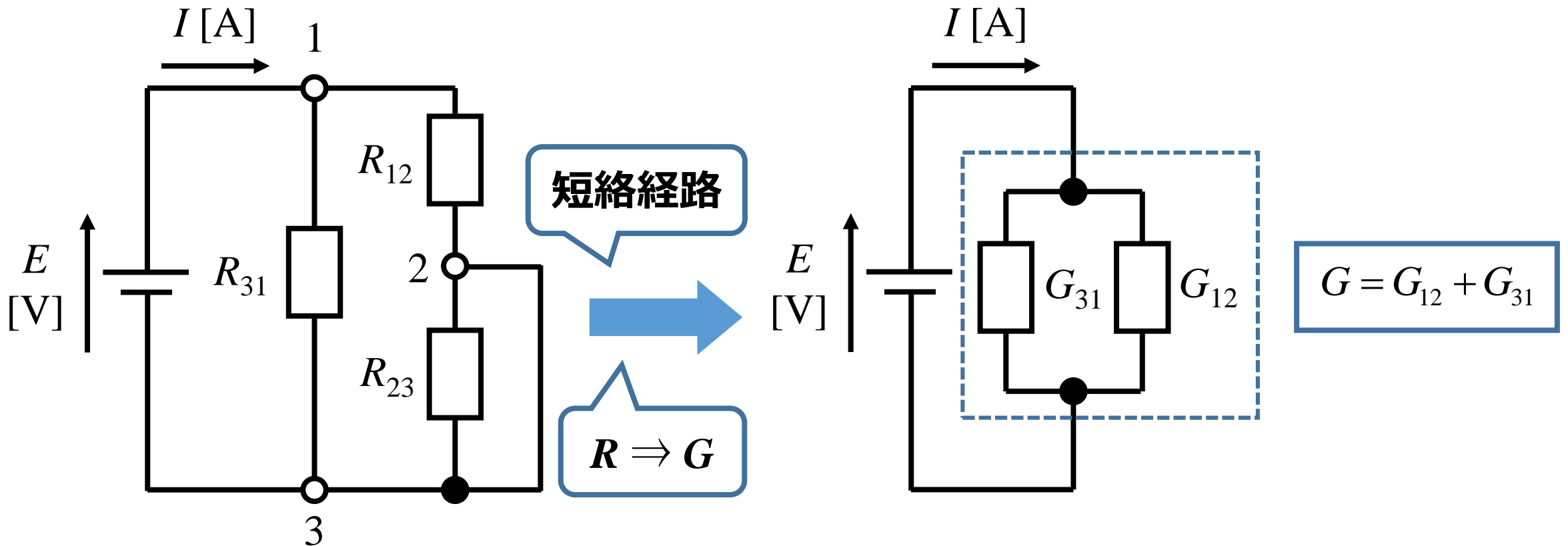
3 - 1 端子に電源 $E[V]$ を接続し, **2 - 3** 端子は **短絡**



$Y \Rightarrow \Delta$ 変換における対応関係の導出 (Δ 結線)

式①②③から変形すると非常にややこしいので、関係性が**逆**になるように**変形**

$3' - 1'$ 端子に電源 $E[V]$ を接続し, $2' - 3'$ 端子は**短絡**

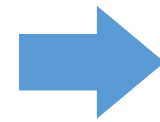


Y ⇒ Δ変換における各種基本方程式を導出

3 - 1 (3' - 1') 端子に電源 $E[V]$ を接続し, **2 - 3 (2' - 3')** 端子は **短絡**

式①'

$$G_{12} + G_{31} = \frac{G_1 (G_2 + G_3)}{G_1 + G_2 + G_3}$$



他の抵抗も
同様に計算

1 - 2 (1' - 2') 端子に電源 $E[V]$ を接続し, **3 - 1 (3' - 1')** 端子は **短絡**

式②'

$$G_{12} + G_{23} = \frac{G_2 (G_1 + G_3)}{G_1 + G_2 + G_3}$$

2 - 3 (2' - 3') 端子に電源 $E[V]$ を接続し, **1 - 2 (1' - 2')** 端子は **短絡**

式③'

$$G_{23} + G_{31} = \frac{G_3 (G_1 + G_2)}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Y \Rightarrow Δ 変換

$$(\textcircled{1}' + \textcircled{3}' - \textcircled{2}') \div 2 \quad \rightarrow \quad \frac{(G_{12} + G_{31}) + (G_{12} + G_{23}) - (G_{23} + G_{31})}{2} = \frac{2G_{12}}{2} = G_{12}$$

$$G_{12} = \frac{G_1(G_2 + G_3) + G_2(G_1 + G_3) - G_3(G_1 + G_2)}{2(G_1 + G_2 + G_3)}$$

$$= \frac{G_1G_2 + G_1G_3 + G_2G_1 + G_2G_3 - G_3G_1 - G_3G_2}{2(G_1 + G_2 + G_3)}$$

$$= \frac{2G_1G_2}{2(G_1 + G_2 + G_3)}$$

$$= \frac{G_1G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

他のも同様に展開

$$G_{12} = \frac{G_1G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{23} = \frac{G_2G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

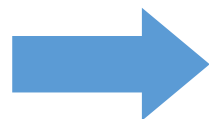
$$G_{31} = \frac{G_3G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Y \Rightarrow Δ 変換

$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{1}{R_{12}}$$

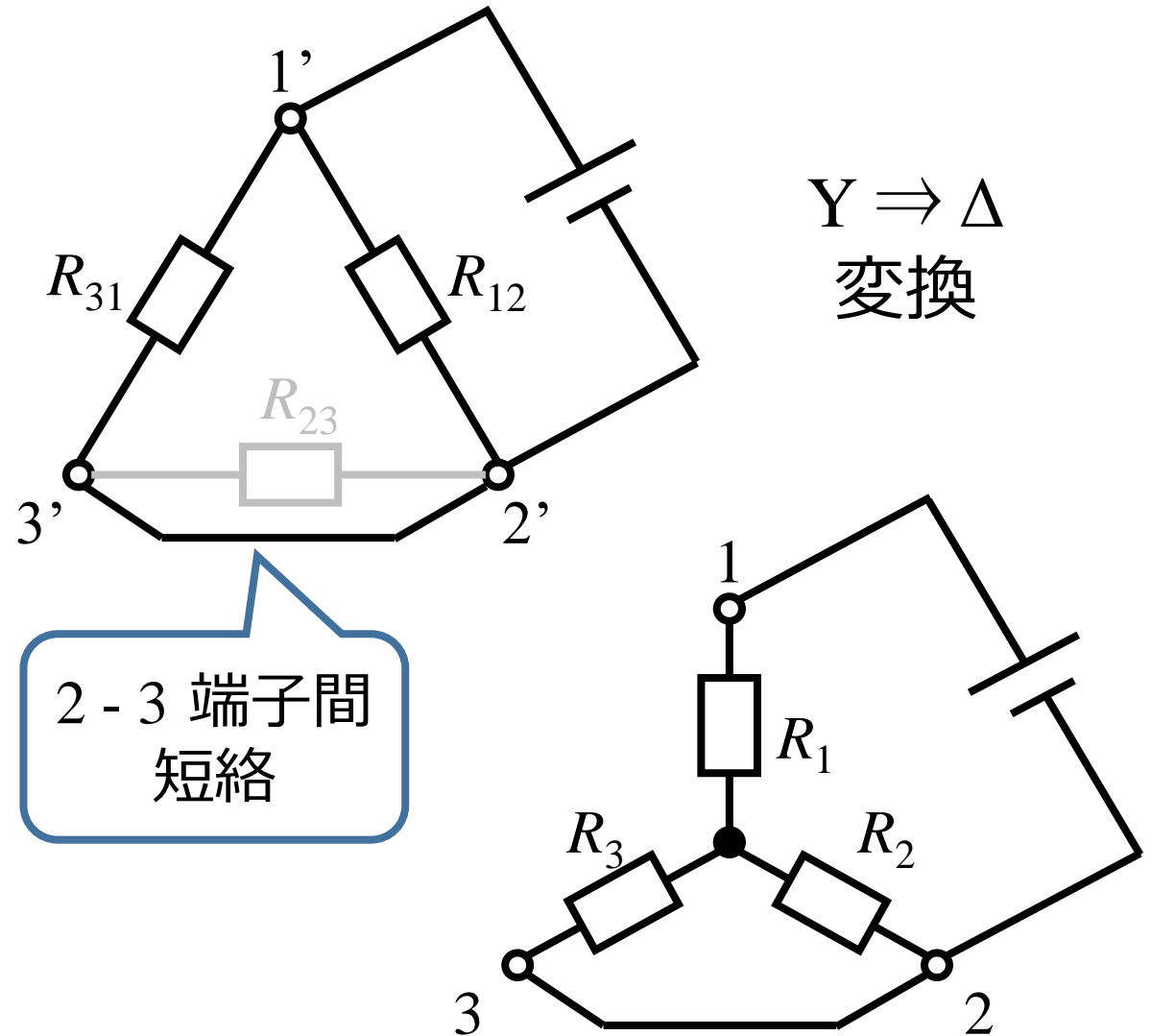
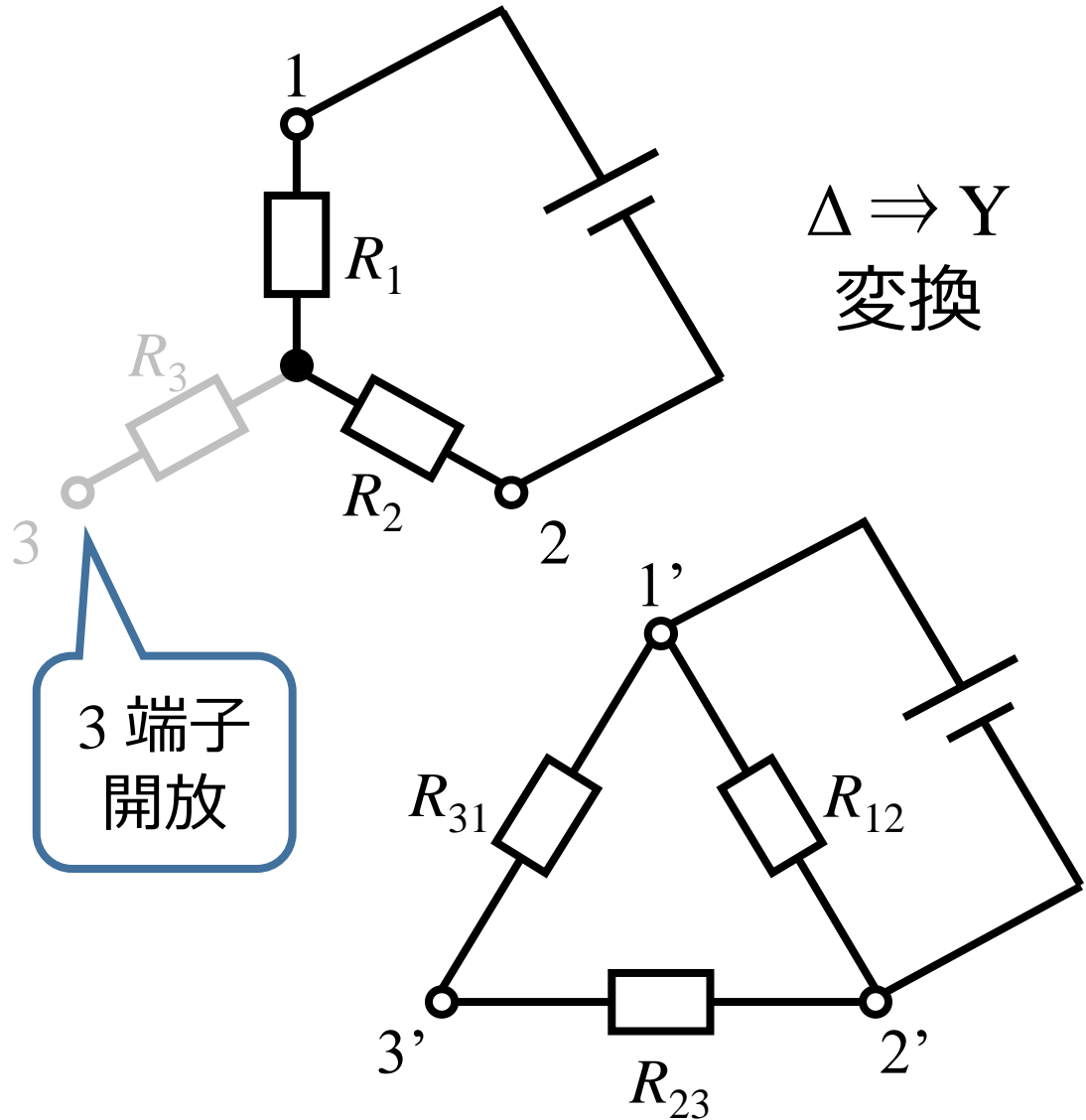
$$G_{23} = \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{1}{R_{23}}$$

$$G_{31} = \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{1}{R_{31}}$$



$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_1 G_2} = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1 R_2}} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_2 G_3} = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_2 R_3}} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_3 G_1} = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_3 R_1}} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\}$$

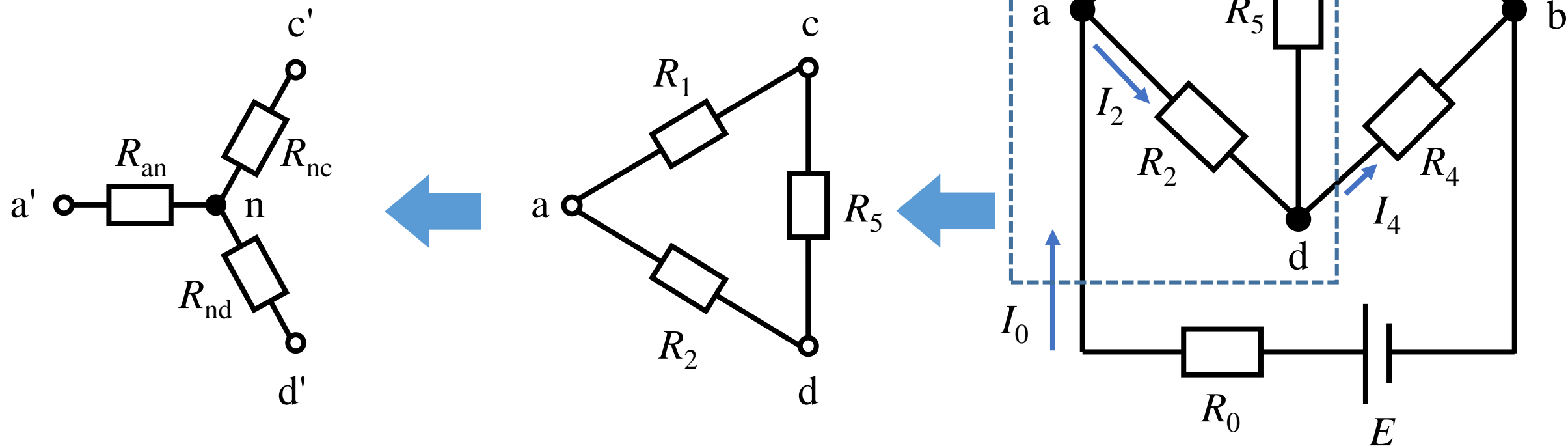
Y- Δ 変換のまとめ



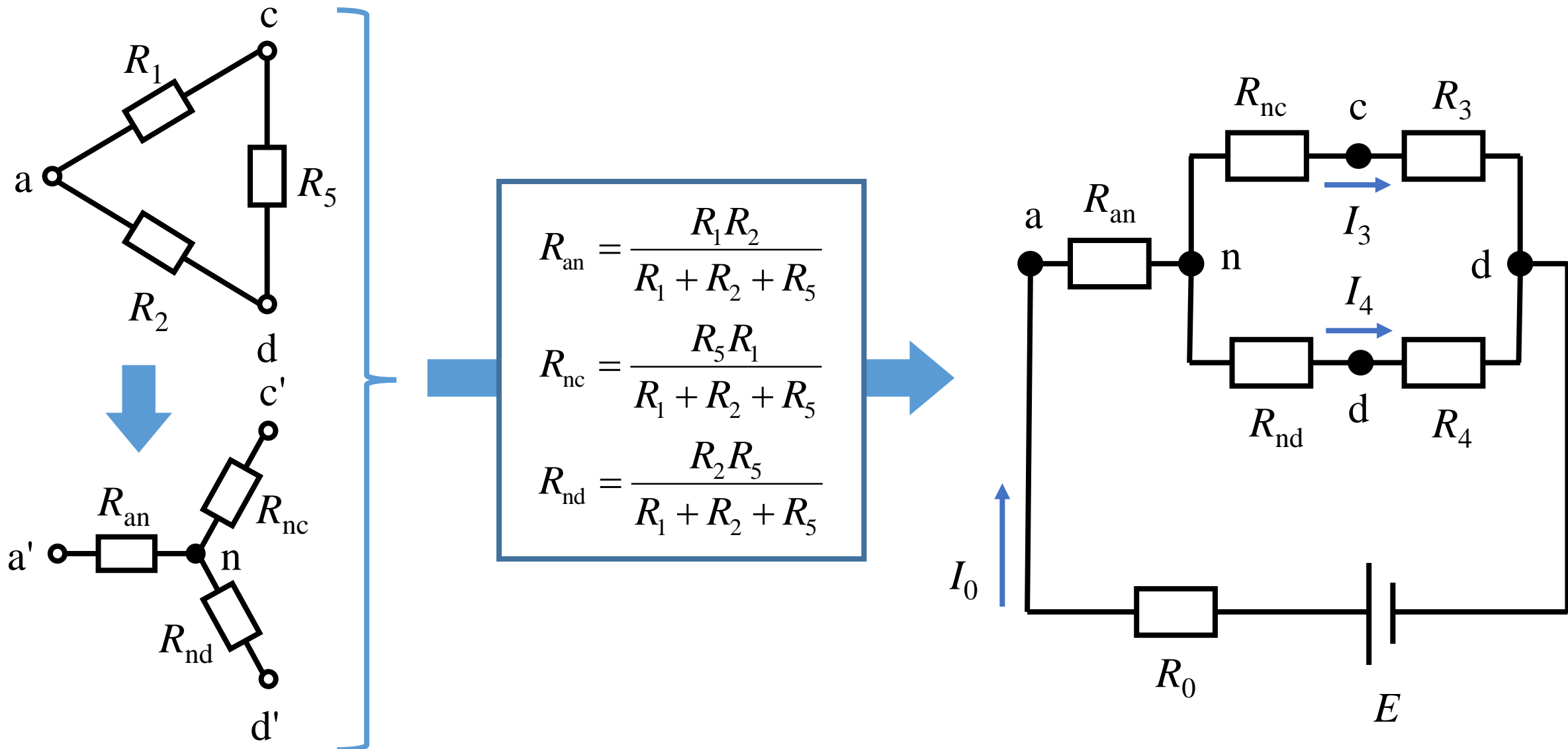
ブリッジ回路

図のような回路を **ブリッジ** 回路という

この回路に流れる各電流を求める場合に、
 $\Delta \Rightarrow Y$ 変換を用いる



$\Delta \Rightarrow Y$ 変換によるブリッジ回路の変形



ブリッジ回路の各電圧，電流

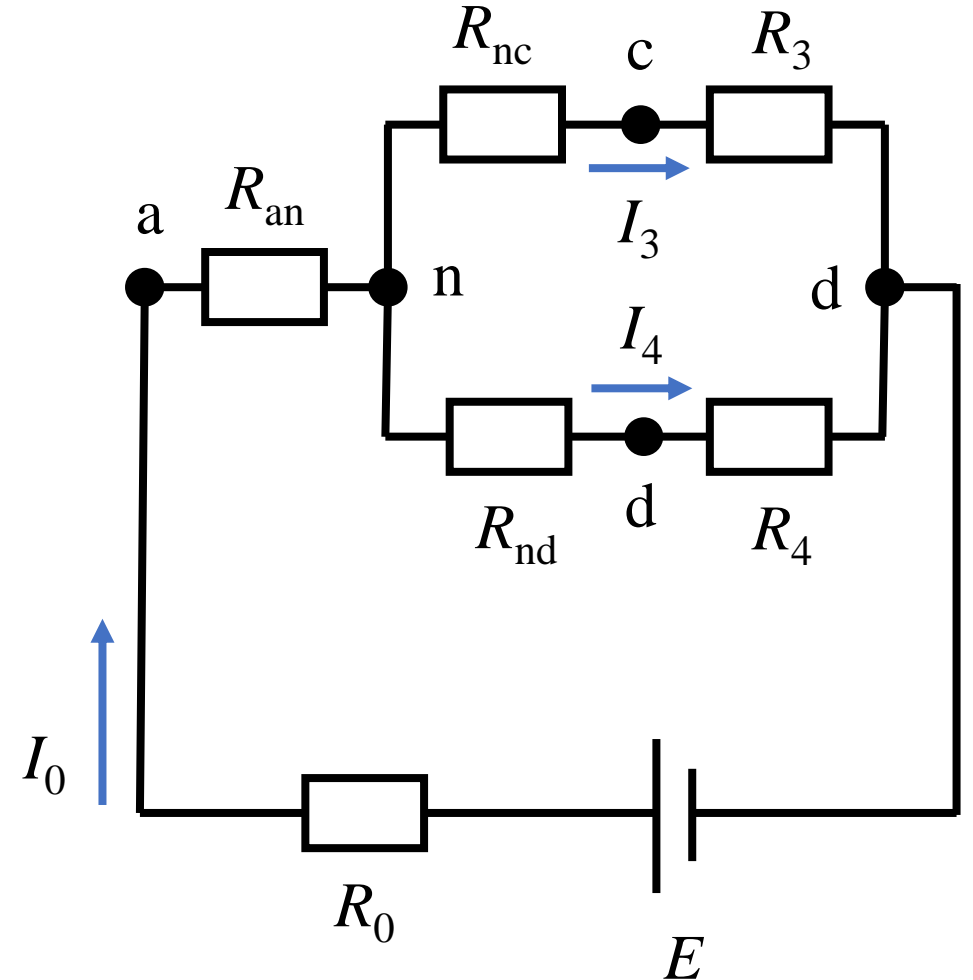
回路の主電流 I_0 :

$$I_0 = \frac{E}{R_0 + R_{an} + \frac{(R_{nc} + R_3) \cdot (R_{nd} + R_4)}{(R_{nc} + R_3) + (R_{nd} + R_4)}}$$

n-d間の電圧降下 V_{nd} : $V_{nd} = E - (R_0 + R_{an})I_0$

分流比より
 I_3, I_4 は

$$\left\{ \begin{aligned} I_3 &= \frac{R_{nd} + R_4}{(R_{nc} + R_3) + (R_{nd} + R_4)} I_0 \\ I_4 &= \frac{R_{nc} + R_3}{(R_{nc} + R_3) + (R_{nd} + R_4)} I_0 \end{aligned} \right.$$



ブリッジ回路の各電圧，電流

a-c間の電圧降下 V_{ac} : $V_{ac} = R_{an} I_0 + R_{nc} I_3 = R_1 I_1$

a-d間の電圧降下 V_{ad} : $V_{ad} = R_{an} I_0 + R_{nd} I_4 = R_2 I_2$

c-d間の電圧降下 V_{cd} : $V_{cd} = R_3 I_3 - R_4 I_4 = R_5 I_5$

上式より

I_1, I_2, I_5 は

$$I_1 = \frac{V_{ac}}{R_1} = \frac{R_{an} I_0 + R_{nc} I_3}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_{ad}}{R_2} = \frac{R_{an} I_0 + R_{nd} I_4}{R_2}$$

$$I_5 = \frac{V_{cd}}{R_5} = \frac{R_3 I_3 - R_4 I_4}{R_5}$$

