12. 交流電力

12. AC (Alternating-Current) Power

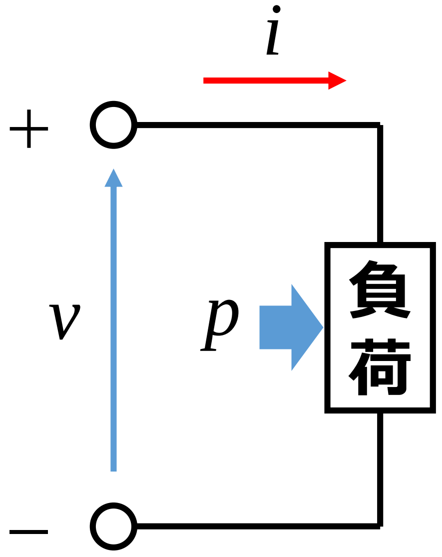
講義内容

1. 交流の瞬時電力
2. 有効電力，無効電力，皮相電力
3. 力率の改善

交流の瞬時電力

瞬時 電流 i および **瞬時** 電圧 v が
正弦波交流であると

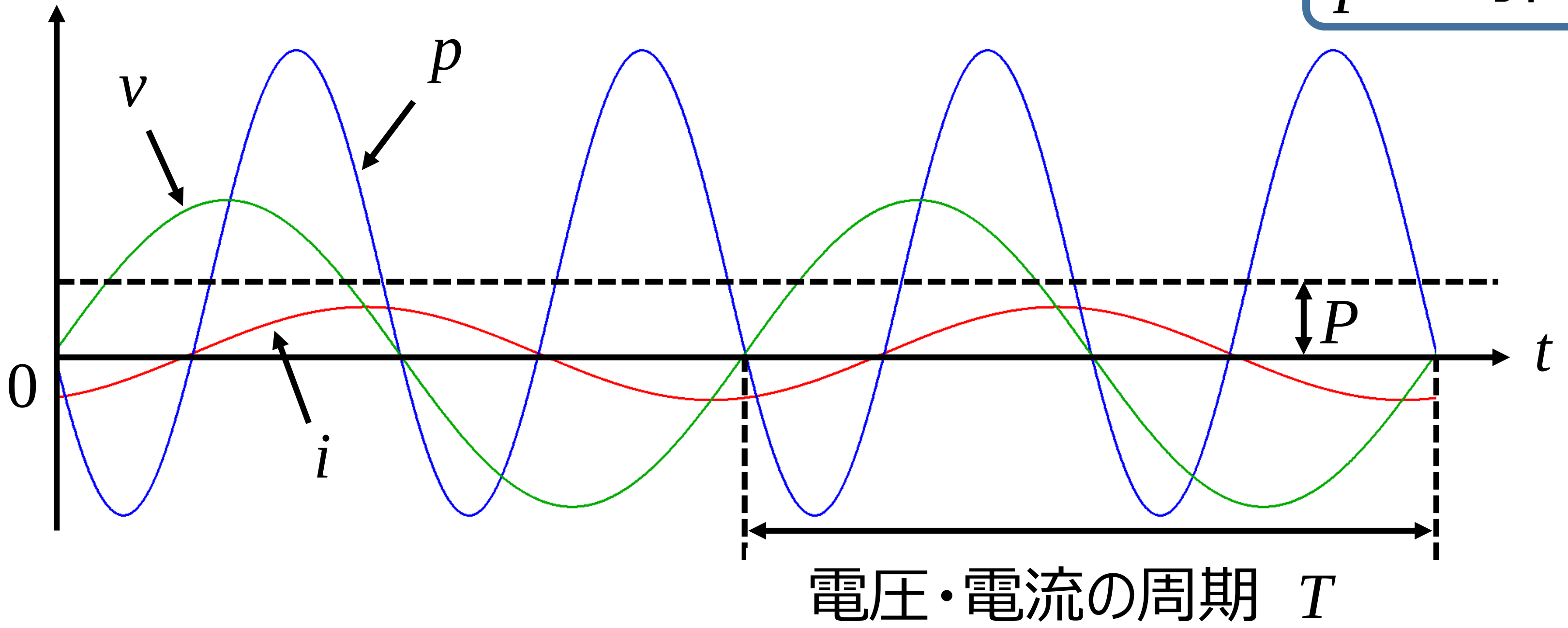
$$\begin{cases} i = I_\mathrm{m}\sin(\omega t + \theta_\mathrm{I})[\mathrm{A}] \\ v = V_\mathrm{m}\sin(\omega t + \theta_\mathrm{V})[\mathrm{V}] \end{cases}$$



上式より,
瞬時 電力 p は

$$p = iv = \frac{1}{2}I_\mathrm{m}V_\mathrm{m}\left\{\cos(\theta_\mathrm{I} - \theta_\mathrm{V}) - \cos(2\omega t + \theta_\mathrm{I} + \theta_\mathrm{V})\right\}[\mathrm{W}]$$

p の時間平均値 P



- 瞬時電力が **正** :
負荷に **向かう** 電力
- 瞬時電力が **負** :
電源に **戻る** 電力

有効電力（Active Power）

交流の瞬時電力 p の時間平均値 P：**有効** 電力 (Active Power)

$$P=\frac{1}{T}\int_0^t pdt=\frac{1}{T}\int_0^t\left\{\frac{1}{2}I_\mathrm{m}V_\mathrm{m}\cos(\theta_\mathrm{I}-\theta_\mathrm{V})-\frac{1}{2}I_\mathrm{m}V_\mathrm{m}\cos(2\omega t+\theta_\mathrm{I}+\theta_\mathrm{V})\right\}dt$$

$$=\frac{1}{2T}I_\mathrm{m}V_\mathrm{m}\left\{\underbrace{\int_0^T\cos(\theta_\mathrm{I}-\theta_\mathrm{V})dt}_{\text{定数の積分}}-\underbrace{\int_0^T\cos(2\omega t+\theta_\mathrm{I}+\theta_\mathrm{V})dt}_{\text{周期関数の1周期積分}=0}\right\}=\frac{1}{2}I_\mathrm{m}V_\mathrm{m}\cos(\theta_\mathrm{I}-\theta_\mathrm{V})$$

定数 の積分

周期 関数の **1周期** 積分 = 0

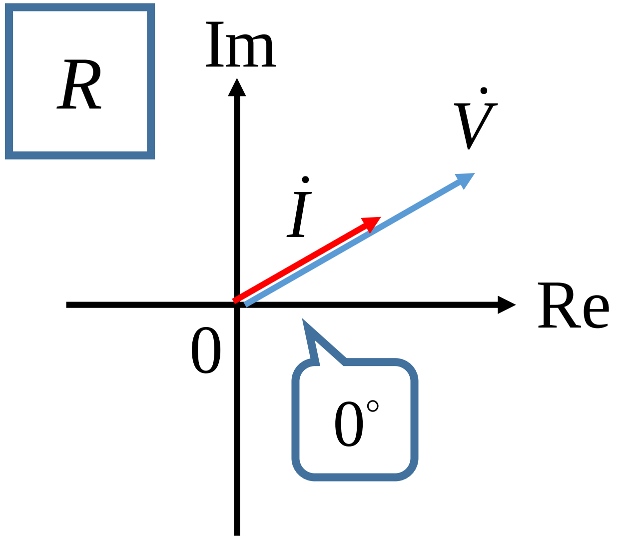
ここで，正弦波電圧・電流の **最大** 値 V_m および I_m は $\begin{cases}V_\mathrm{m}=\sqrt{2}V\\ I_\mathrm{m}=\sqrt{2}I\end{cases}$ より，**実効** 値で表すと，$V=\dfrac{V_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}$ ，$I=\dfrac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}$

さらに，**位相角** を $\theta_\mathrm{I}-\theta_\mathrm{V}=\theta$ とおくと，**有効** 電力は $P=IV\cos\theta[\mathrm{W}]$ で表される

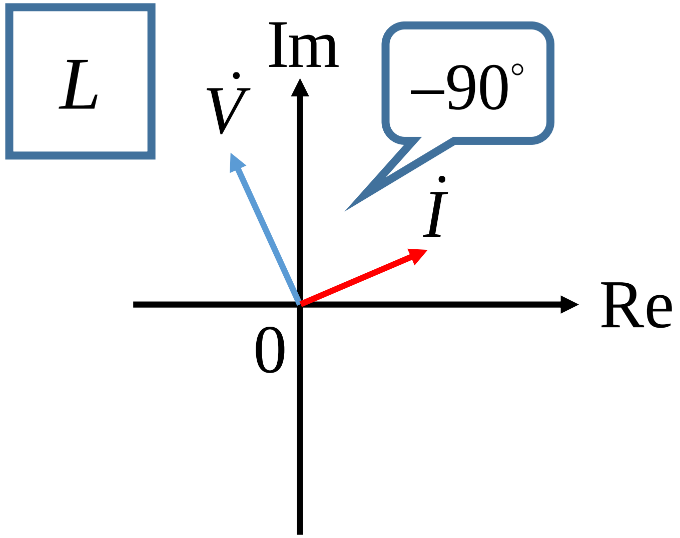
力率（Power Factor）

有効 電力： $P = IV\cos\theta\,[\mathrm{W}]$

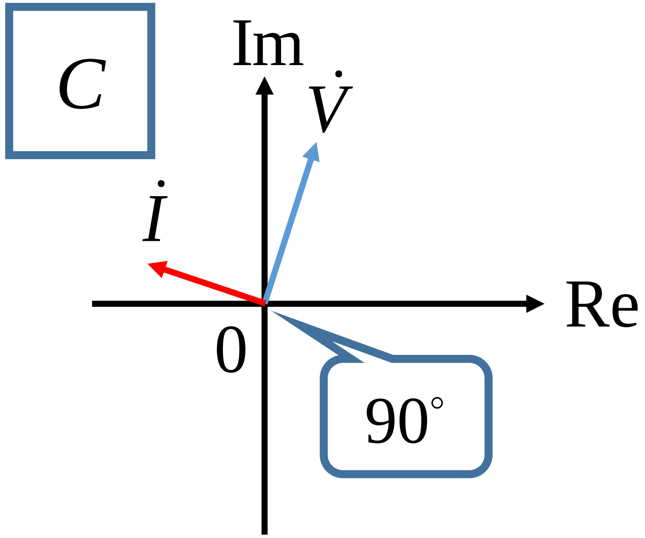
有効 電力は電流の **実効** 値 I と電圧の **実効** 値 V の積 $\dot{V}$ と $\dot{I}$ との **位相差角** で決まる **$\cos\theta$** を掛けたものに等しい． **$\cos\theta$** は **力率** と呼ばれる



$\cos\theta = 1 \Rightarrow P = IV$



$\cos\theta = 0 \Rightarrow P = 0$



$\cos\theta = 0 \Rightarrow P = 0$

力率 は **R** のみの場合， **1** (100%) となり， **L** と **C** のみの場合は **0** (0%)となる

有効電力・無効電力・皮相電力

有効 電力(Active Power)： $P = IV\cos\theta\,[\mathrm{W}]$

R で消費する電力．交流において一般的に電力は **有効** 電力を指す． **消費** 電力とも呼ばれる．

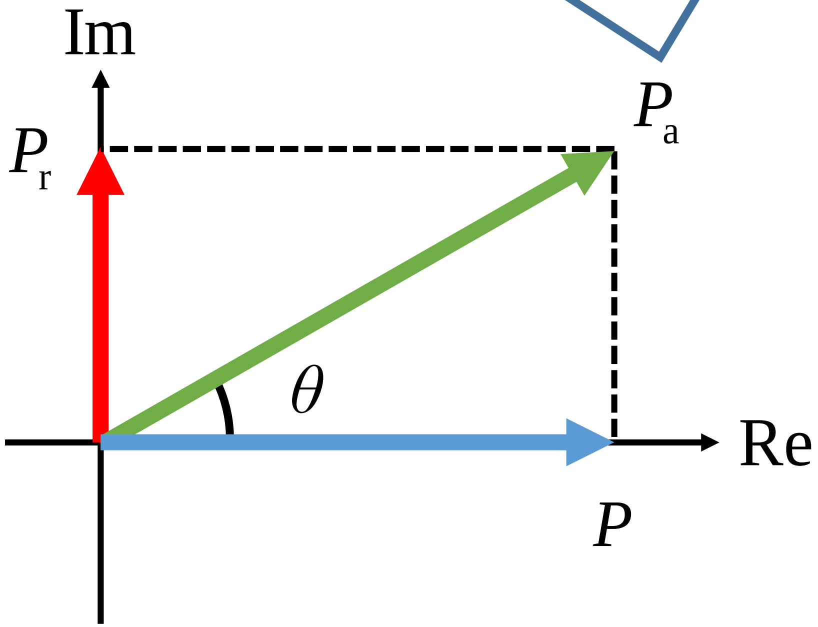
無効 電力(Reactive Power)： $P_{\mathrm{r}} = IV\sin\theta\,[\mathrm{var}]$

L 及び ***C*** で一時的に蓄積することのできる電力．
消費 せずに電源に **戻る** ． 誘導性：**負**， 容量性：**正**

皮相 電力(Apparent Power)： $P_{\mathrm{a}} = IV\,[\mathrm{VA}]$

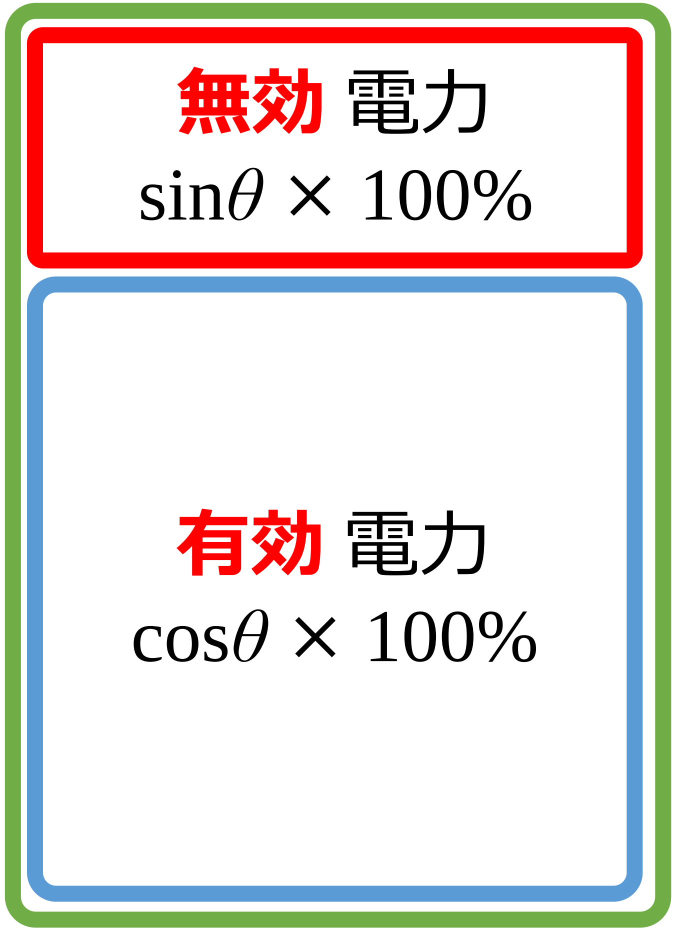
見かけ上 の電力．電流と電圧の単純な実効値の積であり，電気機器における **電力容量** を表す

$$
\begin{aligned}
P_{\mathrm{a}} &= \sqrt{P^2 + P_{\mathrm{r}}^2} \\
&= \sqrt{(IV\cos\theta)^2 + (IV\sin\theta)^2} \\
&= IV\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = IV
\end{aligned}
$$



有効電力・無効電力・皮相電力・力率の考え方

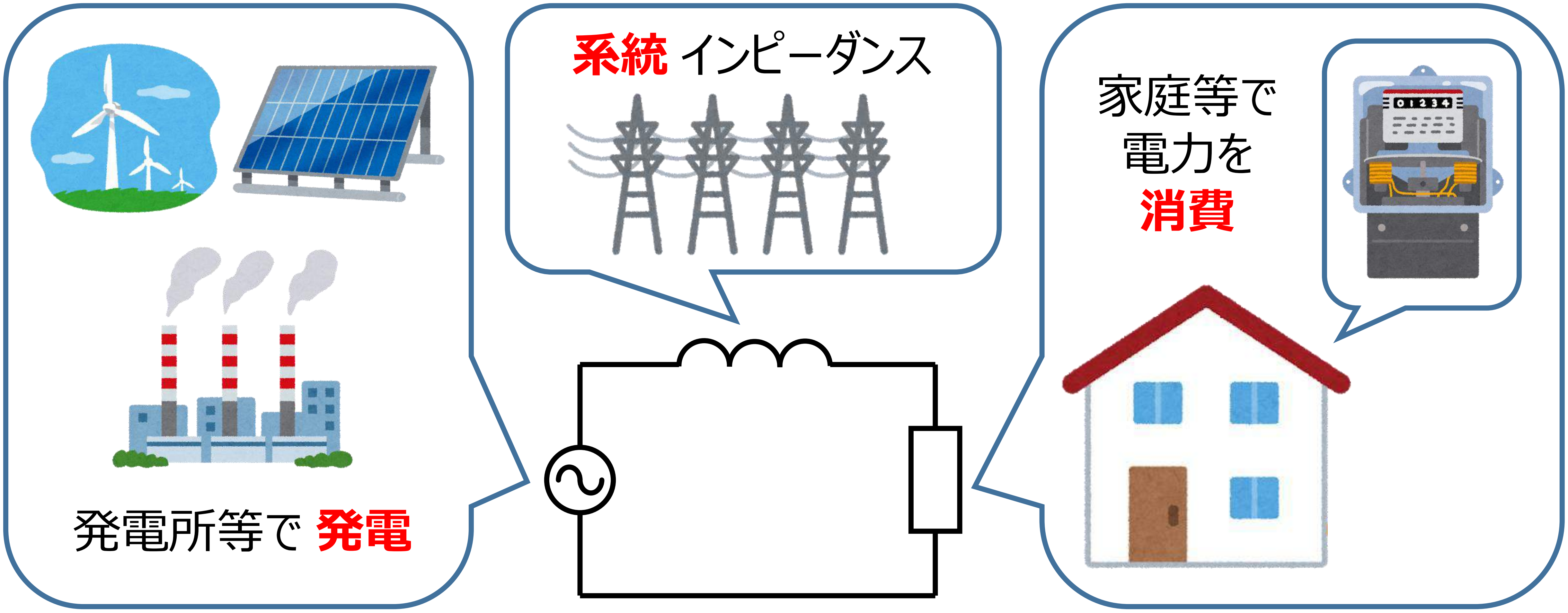
皮相 電力：100%



- **皮相** 電力はタンクの **大きさ**（容量）を表す
- **有効** 電力はタンクから使用 **できる** 水の量を表す
- **無効** 電力はタンクから使用 **できない** 水の量を表す
- **力率** は 容量 に対して何%が 使用 **できる** かを表す
- **有効** 電力 + **無効** 電力 = **皮相** 電力 **ではない**！

負荷のインピーダンス Z の内，抵抗 R の比率が
力率 となり，リアクタンス X がゼロとなると $\cos\theta = 1$

力率の改善（Power Factor Correction）



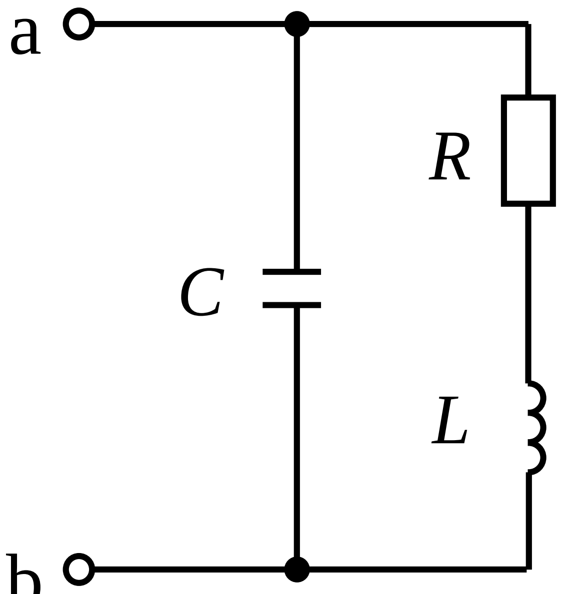
発電 した電力を100%家庭で **消費** できないので，追加素子によって **力率** を **改善**

力率の改善（Power Factor Correction）

元の*R*-*L*直列回路の力率は

$$\cos\theta = \frac{R}{|\dot{Z}|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2 + (2\pi \times 50 \times 0.02)^2}} \approx 0.847\,(84.7\%)$$

$f = 50[\mathrm{Hz}]$



$R = 10[\Omega]$

$L = 0.02[\mathrm{H}]$

力率を **1** にするためのキャパシタ C を並列に追加

$$\dot{Y} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\omega\left(C - \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2}\right)$$

$\dot{Y}\left(\dot{Z}\right)$の **虚部** が **ゼロ** になれば力率は **1** となるので

$$C = \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{0.02}{10^2 + (2\pi \times 50 \times 0.02)^2} = 1.434 \times 10^{-4}[\mathrm{F}] \approx 143[\mu\mathrm{F}]$$

このように，力率改善用に追加したキャパシタを **進相コンデンサ** という