9．交流における直列接続及び並列接続

9. Series Connection and Parallel Connection in Alternating Current

講義内容

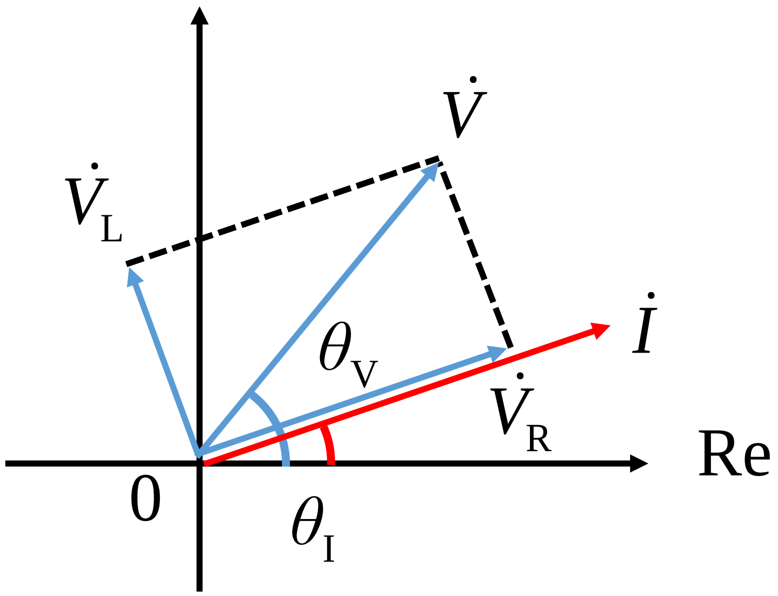
1. 回路要素の直列接続
2. 回路要素の並列接続
3. インピーダンスとアドミタンス

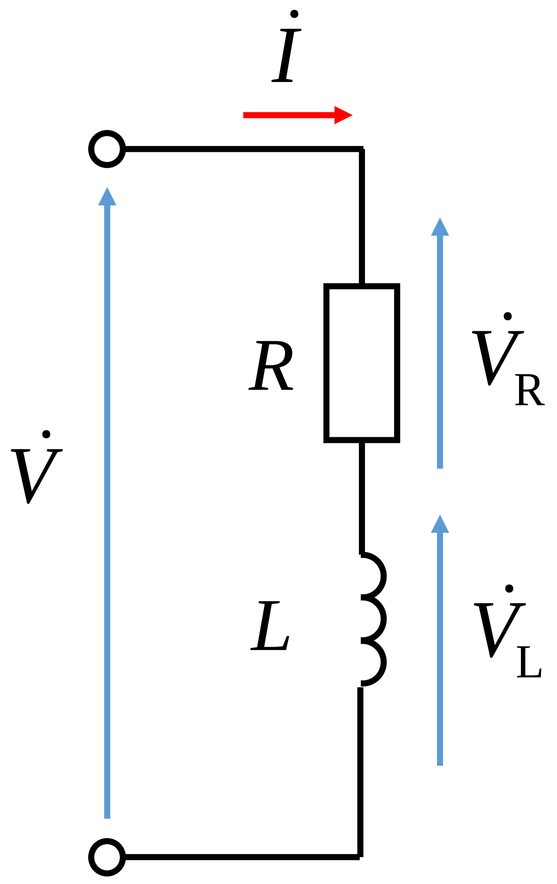
回路要素の直列接続：*R*-*L*直列回路

抵抗 *R* とインダクタンス *L* の直列接続

$$\begin{cases} \dot{V} = \dot{V}_{\mathrm{R}} + \dot{V}_{\mathrm{L}} \\ \dot{V}_{\mathrm{R}} = R\dot{I} \\ \dot{V}_{\mathrm{L}} = j\omega L\dot{I} \end{cases} \Rightarrow \dot{V} = \dot{V}_{\mathrm{R}} + \dot{V}_{\mathrm{L}} = (R + j\omega L)\dot{I}$$

第 1 象限





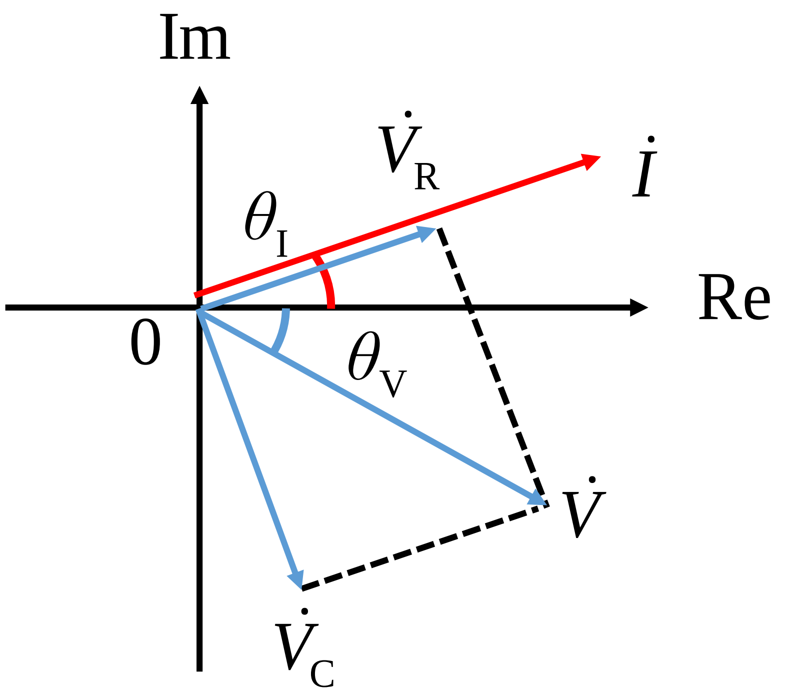
オーム の法則より電流と
抵抗の電圧降下の
位相 は常に **等しい**

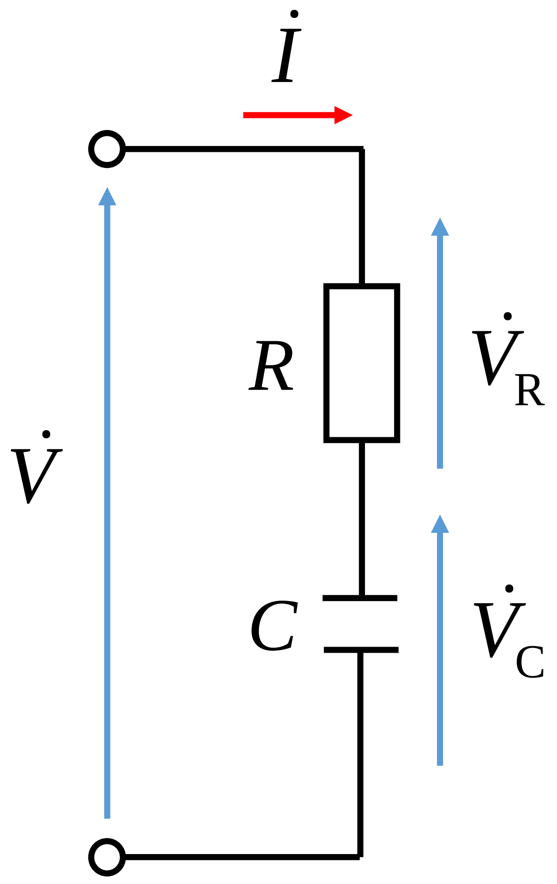
回路要素の直列接続： R-C直列回路

抵抗 R とキャパシタンス C の直列接続

$$\begin{cases} \dot{V} = \dot{V}_{\mathrm{R}} + \dot{V}_{\mathrm{C}} \\ \dot{V}_{\mathrm{R}} = R\dot{I} \\ \dot{V}_{\mathrm{C}} = \dfrac{1}{j\omega C}\dot{I} = -j\dfrac{1}{\omega C}\dot{I} \end{cases} \Rightarrow \dot{V} = \dot{V}_{\mathrm{R}} + \dot{V}_{\mathrm{C}} = \left(R - j\frac{1}{\omega C}\right)\dot{I}$$

第 **4** 象限





オーム の法則より電流と抵抗の電圧降下の **位相** は常に **等しい**

インピーダンス

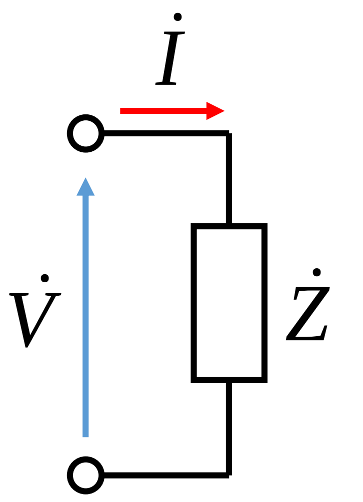
$R-L$ 直列回路

$$\dot{V}=\left(R+j\omega L\right)\dot{I}$$

$R-C$ 直列回路

$$\dot{V}=\left(R-j\frac{1}{\omega C}\right)\dot{I}$$

$$\dot{V}=\dot{Z}\dot{I}$$



$$\dot{Z}_{\mathrm{RL}}=R+j\omega L=\sqrt{R^2+\left(\omega L\right)^2}\angle\mathrm{Tan}^{-1}\frac{\omega L}{R}[\Omega]$$

$$\dot{Z}_{\mathrm{RC}}=R-j\frac{1}{\omega C}=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\angle\mathrm{Tan}^{-1}\frac{1}{\omega CR}[\Omega]$$

$\dot{Z}$ ：**インピーダンス**

左辺：**複素数** 表示，右辺：**極** (座標)表示

インピーダンスの詳細

インピーダンス $\dot{Z} = R + jX\ [\Omega]$

X：**リアクタンス**

R：抵抗(**レジスタンス**)

L と ***C*** で構成されるエネルギを消費 **しない** 疑似的な抵抗

$R-L$ 直列回路

$$\dot{Z}_{\mathrm{RL}} = R + j\omega L$$

抵抗：R

リアクタンス：$X = \omega L$

リアクタンスの符号が **正**：**誘導性** リアクタンス

$R-C$ 直列回路

$$\dot{Z}_{\mathrm{RC}} = R - j\frac{1}{\omega C}$$

抵抗：R

リアクタンス：$X = -\frac{1}{\omega C}$

リアクタンスの符号が **負**：**容量性** リアクタンス

アドミタンスとその詳細

アドミタンス $\dot{Y} = \dfrac{1}{\dot{Z}} = \dfrac{1}{R + jX} = \dfrac{R}{R^2 + X^2} - j\dfrac{X}{R^2 + X^2} = G + jB\,[\mathrm{S}]$

インピーダンスの **逆数**

G：**コンダクタンス**

B：**サセプタンス**

$R - L$ 直列回路

$\dot{Z}_{\mathrm{RL}} = R + j\omega L$

$$\dot{Y}_{\mathrm{RL}} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$$

サセプタンスの符号が **負**：
誘導性 サセプタンス

$R - C$ 直列回路

$\dot{Z}_{\mathrm{RC}} = R - j\dfrac{1}{\omega C}$

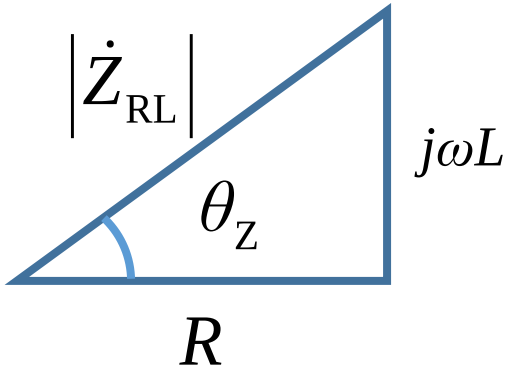
$$\dot{Y}_{\mathrm{RC}} = \frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j\frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

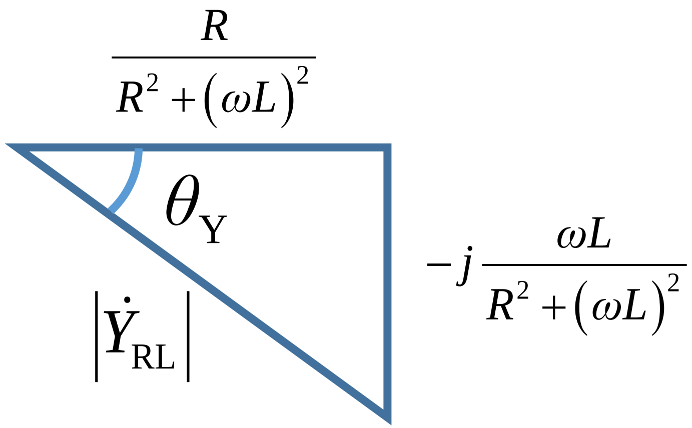
サセプタンスの符号が **正**：
容量性 サセプタンス

インピーダンス図，アドミタンス図

$R-L$ 直列回路

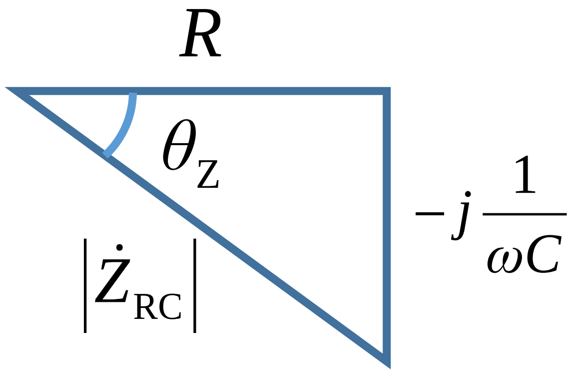
$$\begin{cases} \dot{Z}_{\mathrm{RL}} = R + j\omega L \\ \dot{Y}_{\mathrm{RL}} = \dfrac{R}{R^2+(\omega L)^2} - j\dfrac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2} \end{cases}$$

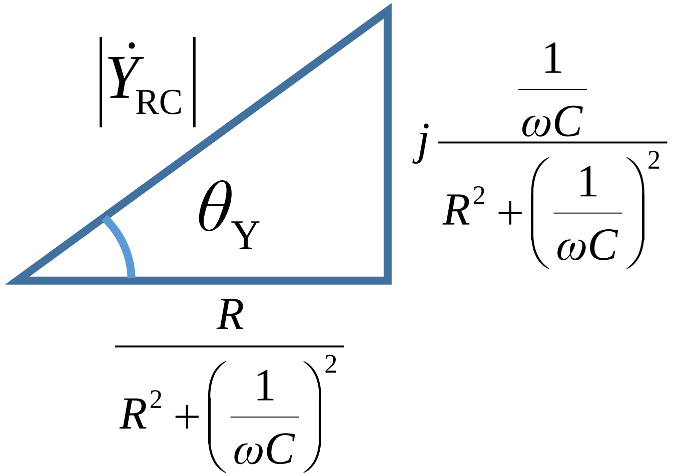




$R-C$ 直列回路

$$\begin{cases} \dot{Z}_{\mathrm{RC}} = R - j\dfrac{1}{\omega C} \\ \dot{Y}_{\mathrm{RC}} = \dfrac{R}{R^2+\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2} + j\dfrac{\dfrac{1}{\omega C}}{R^2+\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2} \end{cases}$$





$\dot{Z}$ 及び $\dot{Y}$ は **矢印** を用いて **表さない** ことに注意！

各種タンスのまとめ

$\dot{Z} = R + jX[\Omega]$

リアクタンス

レジスタンス

インピーダンス

$\dot{Z}\left(X > 0\right)$

誘導性**リアク**タンス

誘導(L)性**インピー**ダンス

インダクタンス

$\dot{Z}\left(X < 0\right)$

容量性**リアク**タンス

容量(C)性**インピー**ダンス

キャパシタンス

$\dot{Y} = G + jB[\mathrm{S}]$

サセプタンス

コンダクタンス

アドミタンス

$\dot{Y}\left(B < 0\right)$

誘導性**サセプ**タンス

誘導性**アドミ**タンス

$\dot{Y}\left(B > 0\right)$

容量性**サセプ**タンス

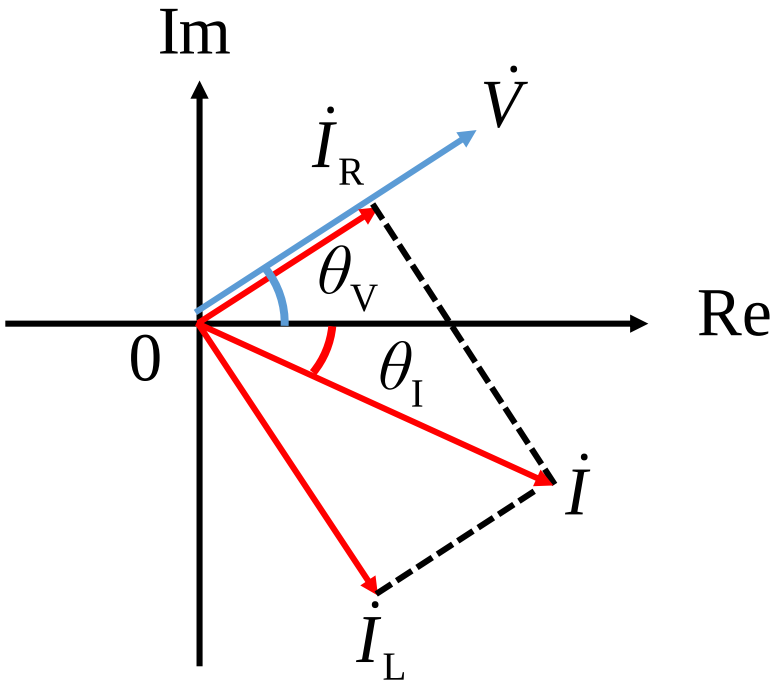
容量性**アドミ**タンス

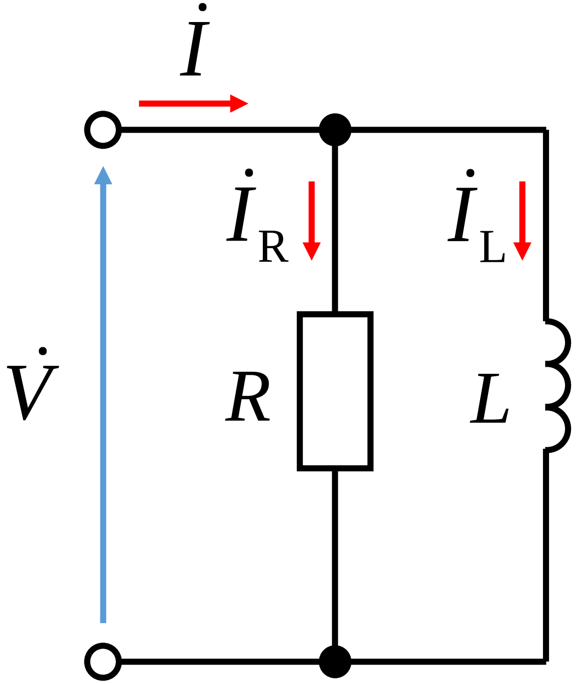
回路要素の並列接続：*R*-*L*並列回路

抵抗 R とインダクタンス L の並列接続

$$
\begin{cases}
\dot{I} = \dot{I}_{\mathrm{R}} + \dot{I}_{\mathrm{L}} \\
\dot{I}_{\mathrm{R}} = \dfrac{\dot{V}}{R} \\
\dot{I}_{\mathrm{L}} = \dfrac{\dot{V}}{j\omega L} = -j\dfrac{\dot{V}}{\omega L}
\end{cases}
\Rightarrow
\dot{I} = \dot{I}_{\mathrm{R}} + \dot{I}_{\mathrm{L}} = \left(\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}\right)\dot{V}
$$

第 **4** 象限





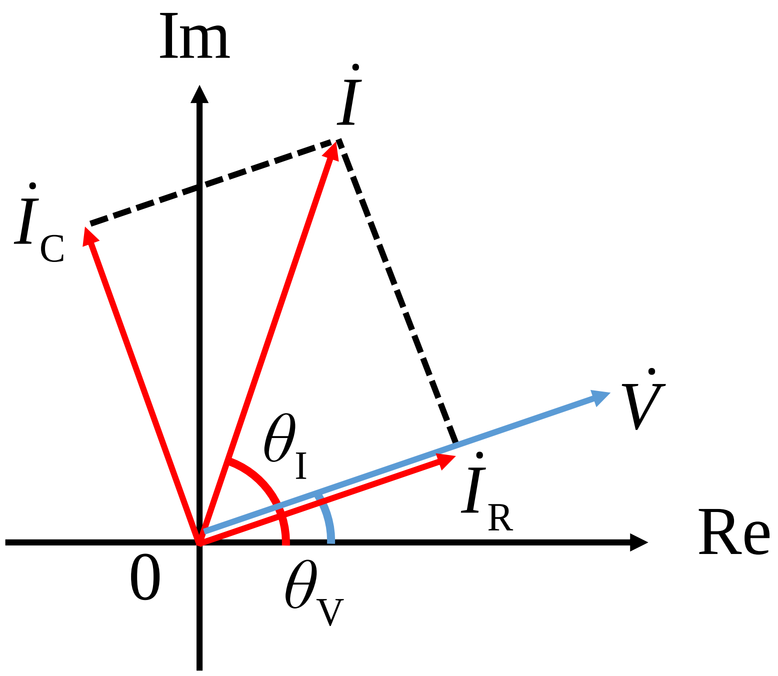
オーム の法則より電流と抵抗の電圧降下の **位相** は常に **等しい**

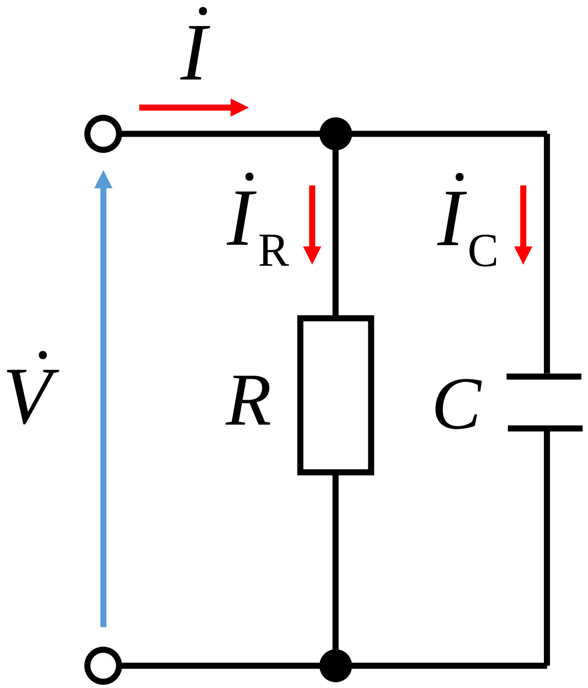
回路要素の並列接続：*R*-*C*並列回路

抵抗 *R* とキャパシタンス *C* の並列接続

$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_{\mathrm{R}} + \dot{I}_{\mathrm{C}} \\ \dot{I}_{\mathrm{R}} = \dfrac{\dot{V}}{R} \\ \dot{I}_{\mathrm{C}} = j\omega C\dot{V} \end{cases} \Rightarrow \dot{I} = \dot{I}_{\mathrm{R}} + \dot{I}_{\mathrm{C}} = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)\dot{V}$$

第 **1** 象限





オーム の法則より電流と抵抗の電圧降下の **位相** は常に **等しい**

インピーダンスとその詳細

インピーダンス $\dot{Z} = \dfrac{1}{\dot{Y}} = \dfrac{1}{G + jB} = \dfrac{G}{G^2 + B^2} - j\dfrac{B}{G^2 + B^2} = R + jX\,[\Omega]$

アドミタンスの **逆数**

リアクタンス

抵抗

$R - L$ 並列回路

$$\dot{Y}_{\mathrm{RL}} = \frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}$$

$$\Rightarrow \dot{Z}_{\mathrm{RL}} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} + j\frac{\frac{1}{\omega L}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

リアクタンスの符号が **正**：
誘導性 リアクタンス

$R - C$ 並列回路

$$\dot{Y}_{\mathrm{RC}} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

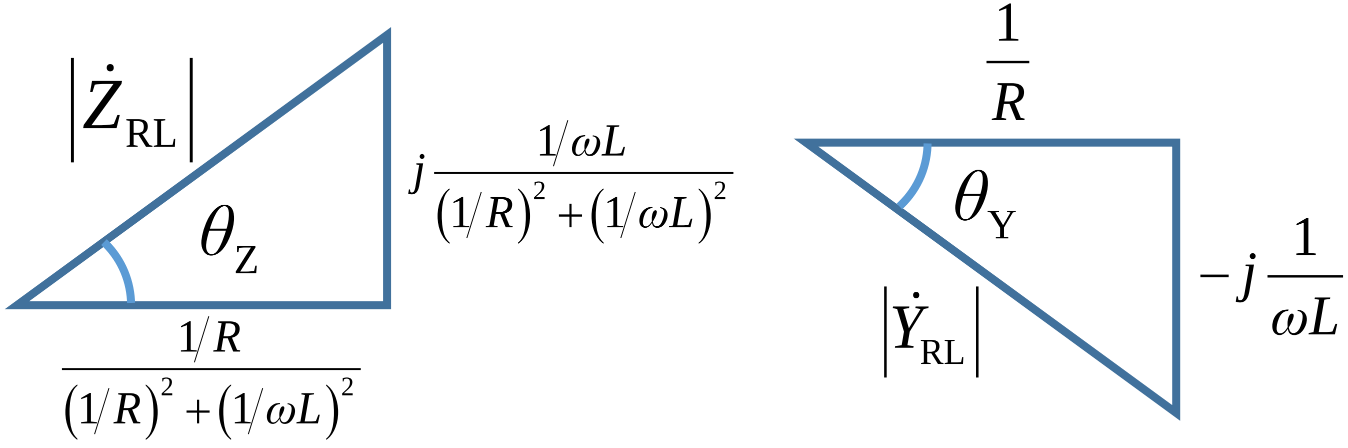
$$\Rightarrow \dot{Z}_{\mathrm{RC}} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} - j\frac{\omega C}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

リアクタンスの符号が **負**：
容量性 リアクタンス

インピーダンス図，アドミタンス図

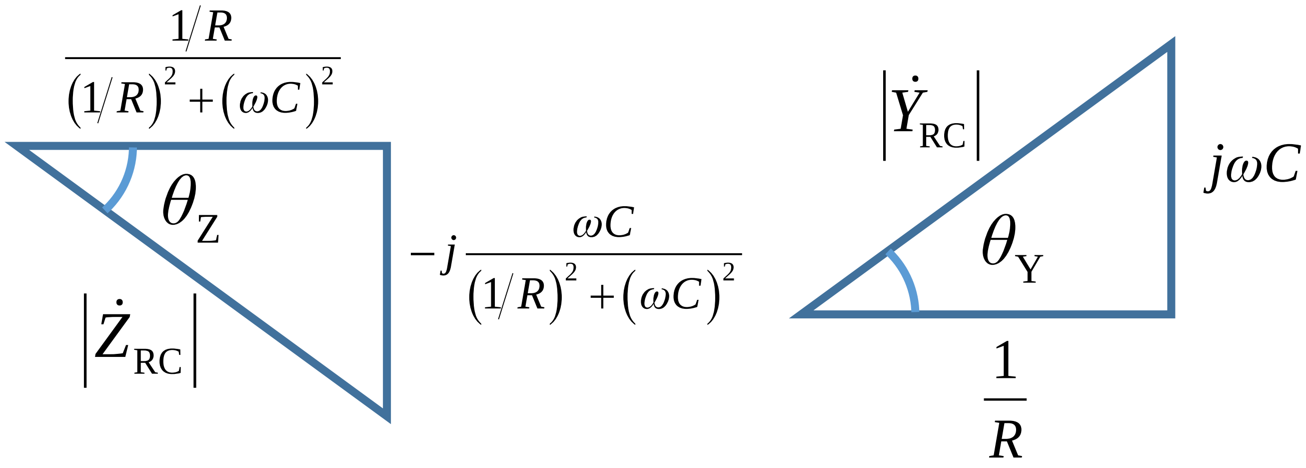
$R-L$ 並列回路

$$
\begin{cases}
\dot{Z}_{\mathrm{RL}} = \dfrac{1/R}{(1/R)^2+(1/\omega L)^2} + j\dfrac{1/\omega L}{(1/R)^2+(1/\omega L)^2} \\[2ex]
\dot{Y}_{\mathrm{RL}} = \dfrac{1}{R} - j\dfrac{1}{\omega L}
\end{cases}
$$



$R-C$ 並列回路

$$
\begin{cases}
\dot{Z}_{\mathrm{RC}} = \dfrac{1/R}{(1/R)^2+(\omega C)^2} - j\dfrac{\omega C}{(1/R)^2+(\omega C)^2} \\[2ex]
\dot{Y}_{\mathrm{RC}} = \dfrac{1}{R} + j\omega C
\end{cases}
$$

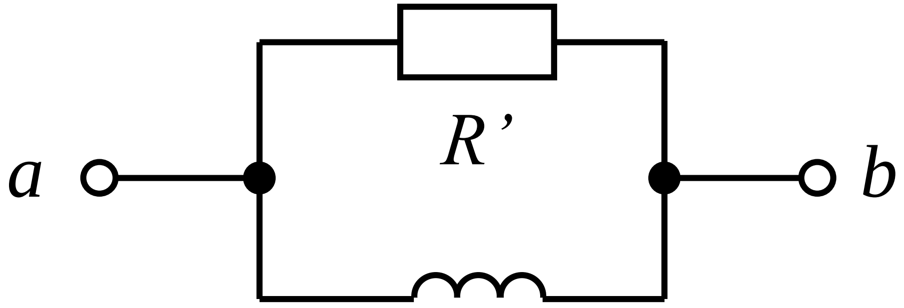


$\dot{Z}$ 及び $\dot{Y}$ は **矢印** を用いて **表さない** ことに注意！

例題： *R*-*L*直列回路，*R*-*L*並列回路

図のような*R*-*L*直列回路と周波数50[Hz]で等価な*R*-*L*並列回路の *R'*および *L'*を求めよ

$R = 40[\Omega]$ $L = 0.1[\mathrm{H}]$



$R-L$ 直列回路のインピーダンスは

$$\dot{Z}_{\mathrm{RLS}} = R + j\omega L = 40 + j10\pi[\Omega]$$

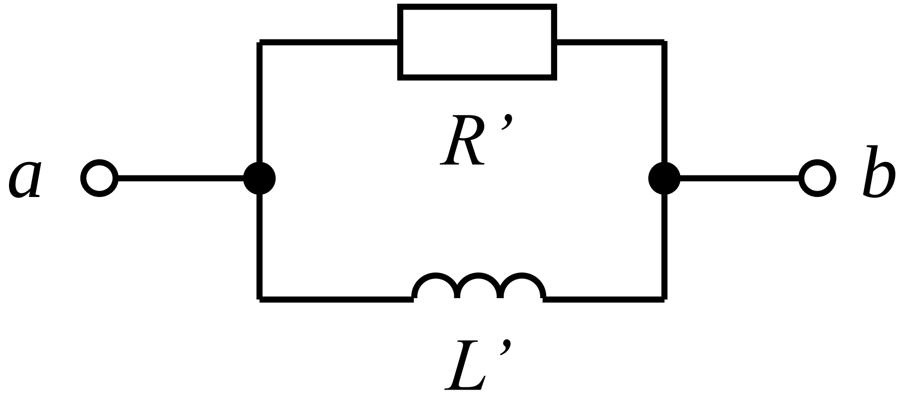
$R-L$ 直列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\mathrm{RLS}} = \frac{1}{R+j\omega L} = \frac{R-j\omega L}{R^2+(\omega L)^2} = \frac{40-j10\pi}{40^2+(10\pi)^2} = \frac{40}{40^2+(10\pi)^2} - j\frac{10\pi}{40^2+(10\pi)^2}[\mathrm{S}]$$

例題：*R-L*直列回路，*R-L*並列回路

図のような*R-L*直列回路と周波数50[Hz]で等価な*R-L*並列回路の *R'*および *L'*を求めよ

$R = 40[\Omega]$　$L = 0.1[\mathrm{H}]$



$R-L$ 並列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\mathrm{RLP}} = \frac{1}{R'} - j\frac{1}{\omega L'}[\mathrm{S}]$$

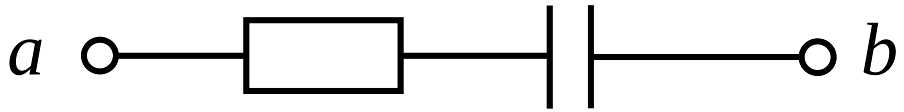
実部と虚部を取り出して，

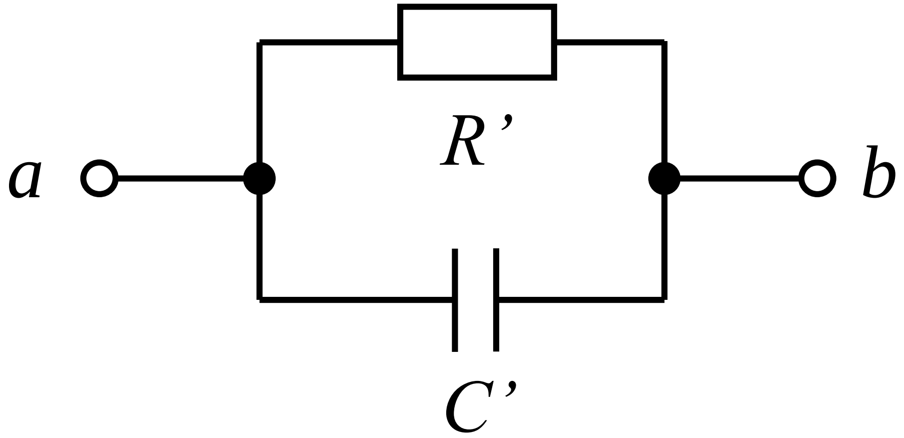
$$\begin{cases} \dfrac{1}{R'} = \dfrac{40}{40^2+(10\pi)^2} \\ \dfrac{1}{\omega L'} = \dfrac{10\pi}{40^2+(10\pi)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R' = \dfrac{40^2+(10\pi)^2}{40} \\ \omega L' = \dfrac{40^2+(10\pi)^2}{10\pi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R' = \dfrac{40^2+(10\pi)^2}{40} = 64.47[\Omega] \\ L' = \dfrac{40^2+(10\pi)^2}{10\pi\times2\pi\times50} = 0.262[\mathrm{H}] \end{cases}$$

例題： *R*-*C*直列回路，*R*-*C*並列回路

図のような*R*-*C*直列回路と周波数50[Hz]で等価な*R*-*C*並列回路の *R'* および *C'* を求めよ

$R = 400[\Omega]$ $C = 10[\mu\mathrm{F}]$





$R-C$ 直列回路のインピーダンスは

$$\dot{Z}_{\mathrm{RCS}} = R + \frac{1}{j\omega C} = 400 - j\frac{1000}{\pi}\ [\Omega]$$

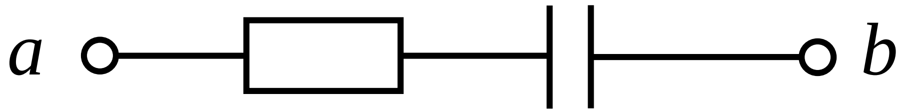
$R-C$ 直列回路のアドミタンスは

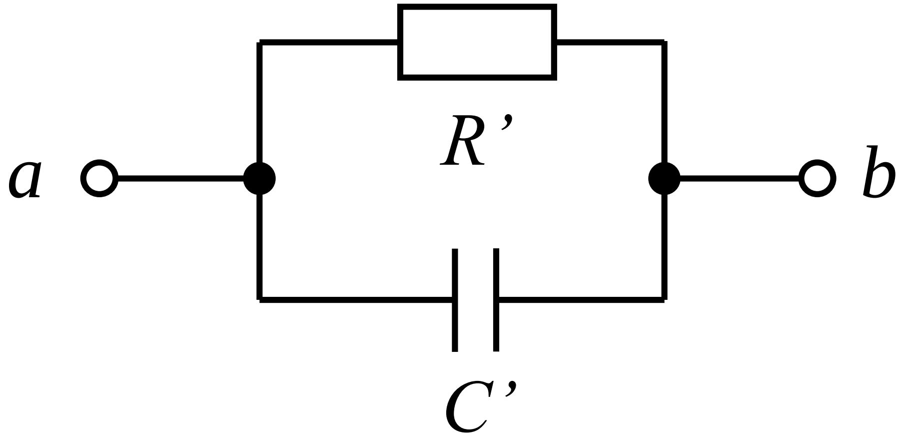
$$\dot{Y}_{\mathrm{RCS}} = \frac{1}{R - j\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{R + j\dfrac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{400 + j\dfrac{1000}{\pi}}{400^2 + \left(\dfrac{1000}{\pi}\right)^2} = \frac{400}{400^2 + \left(\dfrac{1000}{\pi}\right)^2} + j\frac{\dfrac{1000}{\pi}}{400^2 + \left(\dfrac{1000}{\pi}\right)^2}\ [\mathrm{S}]$$

例題： *R*-*C*直列回路，*R*-*C*並列回路

図のような*R*-*C*直列回路と周波数50[Hz]で等価な*R*-*C*並列回路の *R'* および *C'* を求めよ

$R = 400[\Omega]$ $C = 10[\mu\mathrm{F}]$





$R - C$ 並列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\mathrm{RCP}} = \frac{1}{R'} + j\omega C'[\mathrm{S}]$$

実部と虚部を取り出して，

$$\begin{cases} \dfrac{1}{R'} = \dfrac{400}{400^2 + (1000/\pi)^2} \\ \omega C' = \dfrac{1000/\pi}{400^2 + (1000/\pi)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R' = \dfrac{400^2 + (1000/\pi)^2}{400} = 653.30[\Omega] \\ C' = \dfrac{1000/\pi}{\left\{400^2 + (1000/\pi)^2\right\} \times 2\pi \times 50} = 3.877[\mu\mathrm{F}] \end{cases}$$