電気回路Ⅰ　前期中間試験対策　解答

/ 100 点

学籍番号　　　　　　　　　　　　**氏名**

1. 回路の基本的な計算問題.（各 5 点，計 30 点）

(1)	R [Ω]	(2)	R [Ω]
(3)	$3R$ [Ω]	(4)	$\dfrac{E}{3R}$ [A]
(5)	$\dfrac{E}{3}$ [V]	(6)	$\dfrac{E^2}{3R}$ [W]

2. 回路の応用的な計算問題.（各 5 点，計 20 点）　※小数点以下 1 桁まで記入

(1)	2.0 [Ω]	(2)	10.0 [V]
(3)	50.0 [W]	(4)	-1.0 [A]

3. Δ-Y 変換に関する問題.（各 6 点，計 18 点）　※小数点以下 1 桁まで記入

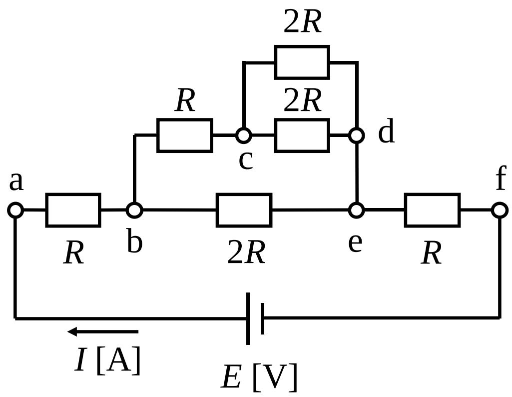
(1)	4.0 [Ω]	(2)	5.0 [A]
(3)	100.0 [W]		

4. ブリッジ回路に関する問題.（各 8 点，計 32 点）　※小数点以下 1 桁まで記入

(1)	0.4 [A]	(2)	1.44 (1.4) [V]
(3)	0.58 (0.6) [W]	(4)	32.0 [Ω]

電気回路Ⅰ　前期中間試験　詳解

1．図のような抵抗で構成された回路がある．以下の各問を答えよ．
(各 5 点，計 30 点)



（1） c-d 間の合成抵抗を求めよ．

$$\frac{4R^2}{2R+2R}=\frac{4R^2}{4R}=R$$

（2） b-e 間の合成抵抗を求めよ．

$$\frac{(R+R)\cdot 2R}{(R+R)+2R}=\frac{4R^2}{4R}=R$$

（3） a-f 間の合成抵抗を求めよ．

$$R+R+R=3R$$

（4） 電流 I [A] を求めよ．

$$I=\frac{E}{3R}$$

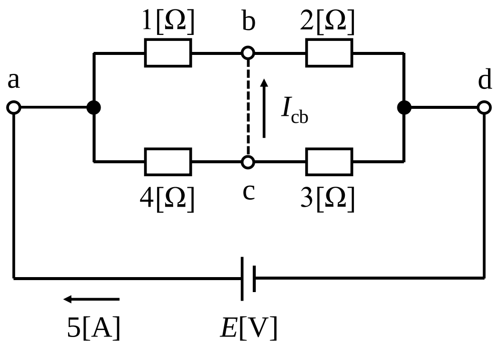
（5） b-e 間に生じる電圧を電流 I [A] を用いずに表せ．

$$V_{\mathrm{be}}=\frac{E}{3R}\cdot R=\frac{E}{3}$$

（6） 回路全体で消費する電力を電流 I [A] を用いずに表せ．

$$P=\frac{E}{3R}\cdot E=\frac{E^2}{3R}$$

2. 右図の回路の b-c 間を短絡させた際に，電源から 5[A]流れた．
以下の各問を答えよ．(各 5 点，計 20 点)



（１） b-c 間短絡時における a-d 間の合成抵抗 R [Ω] を求めよ．

$$R=\frac{1\times4}{1+4}+\frac{2\times3}{2+3}=\frac{4}{5}+\frac{6}{5}=\frac{10}{5}=2.0[\Omega]$$

（２） 起電力 E [V] を求めよ．

$$E=IR=5\times2=10.0[\mathrm{V}]$$

（３） b-c 間短絡時における回路全体で消費する電力 P [W] を求めよ．

$$P=EI=10\times5=50.0[\mathrm{W}]$$

（４） b-c 間短絡時に b-c 間に流れる電流 I_{cb} [A] を求めよ．
なお，電流 I_{cb} は右図のように流れるものとする．

I_{cb} は 4[Ω]と 3[Ω]の抵抗に流れる電流に KCL が成り立つ．

まず，4[Ω]の抵抗に流れる電流を I_{ac} とすると，分流比より，

$$I_{ac}=\frac{1}{1+4}\times5=1.0[\mathrm{A}]$$

次に，3[Ω]の抵抗に流れる電流を I_{cd} とすると，分流比より，

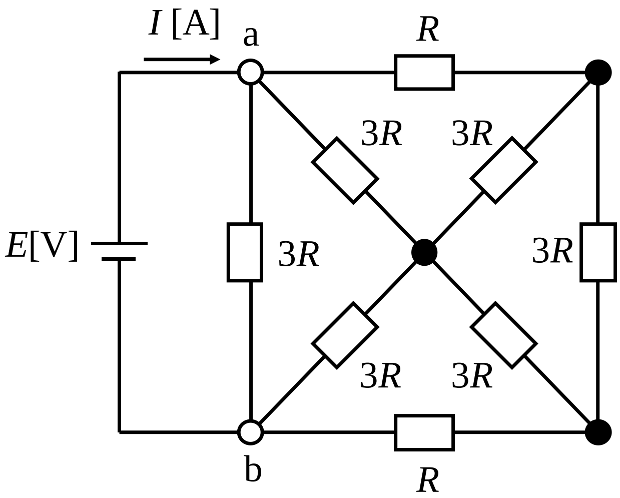
$$I_{cd}=\frac{2}{2+3}\times5=2.0[\mathrm{A}]$$

よって，KCL より，

$$I_{cb}=I_{ac}-I_{cd}=1-2=-1.0[\mathrm{A}]$$

3．右図のような回路がある．

以下の各問を答えよ．（各 6 点，計 18 点）



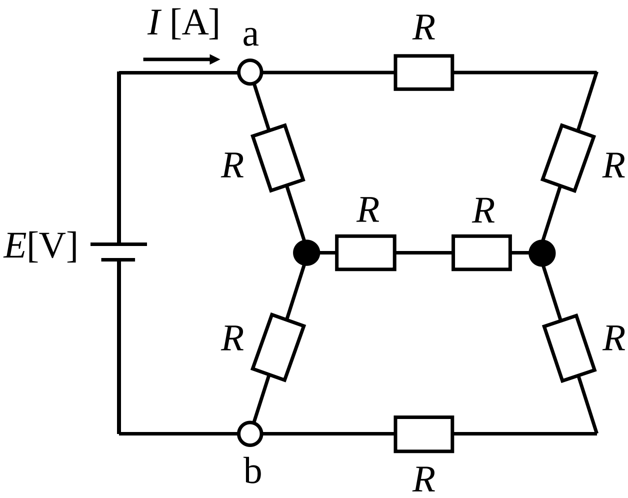
問題を解く前に回路を等価変換しておく

(1)　3*R* の Δ 結線部を Y 結線になるように
　　Δ-Y 変換する

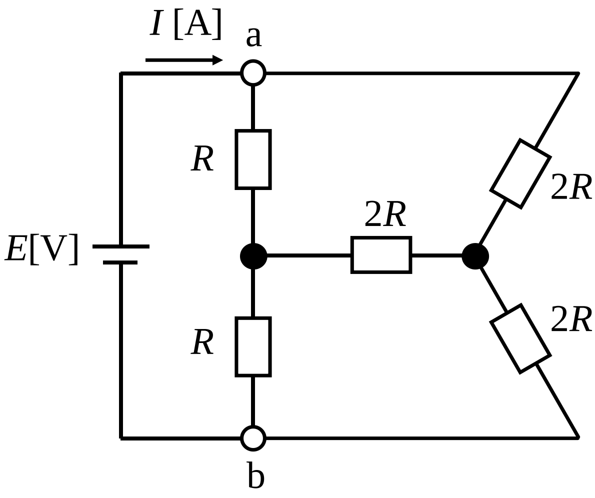
(2)　*R* を 2*R* にまとめて，Y 結線が見えるように
　　書き換える

(3)　3*R* の Y 結線部を Δ-Y 結線になるように
　　Y-Δ 変換する

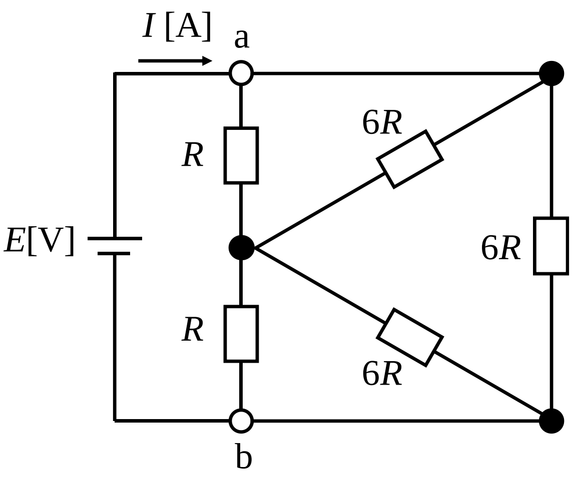
(4)　回路を見やすいように書き換える



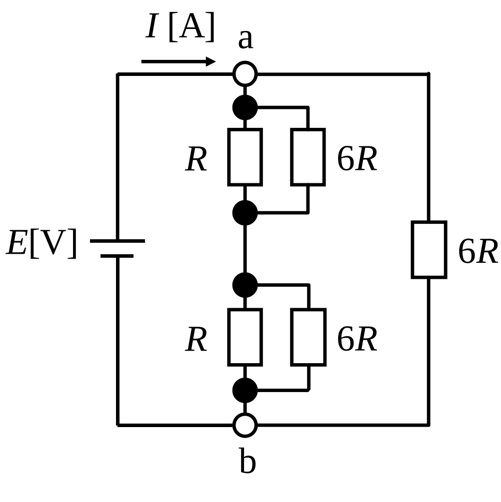
(1)



(2)



(3)



(4)

（１） 各抵抗 $R = 3[\Omega]$ の時の a-b 間の合成抵抗を求めよ.

R と $6R$ の直並列抵抗を解くと,

$$R//6R + R//6R = 2\left(R//6R\right) = 2\times\frac{6R^2}{R+6R} = \frac{12}{7}R$$

$\frac{12}{7}R$と$6R$の直並列抵抗を解くと,

$$\frac{12}{7}R//6R = \frac{\frac{12}{7}R\times 6R}{\frac{12}{7}R+6R} = \frac{\frac{12\times 6}{7}R^2}{\frac{\left(12+42\right)R}{7}} = \frac{72}{54}R = \frac{72}{54}R = \frac{4}{3}R$$

最後に，値を代入すると，合成抵抗は $R_0 = 4.0[\Omega]$ となる

（２） 起電力 $E = 20[\mathrm{V}]$ の時の電流 $I\,[\mathrm{A}]$ を求めよ.

$$I = \frac{E}{R_0} = \frac{20}{4} = 5.0[\mathrm{A}]$$

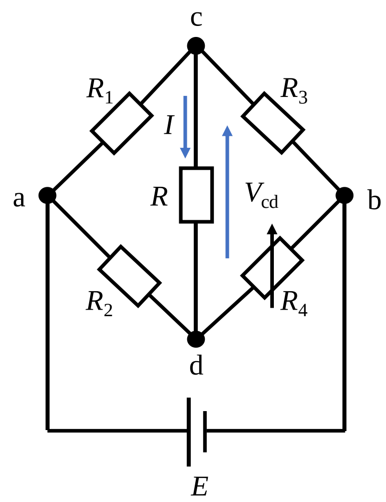
（３） 回路全体で消費する電力 $P\,[\mathrm{W}]$ を求めよ.

$$P = IE = 5\times 20 = 100.0[\mathrm{W}]$$

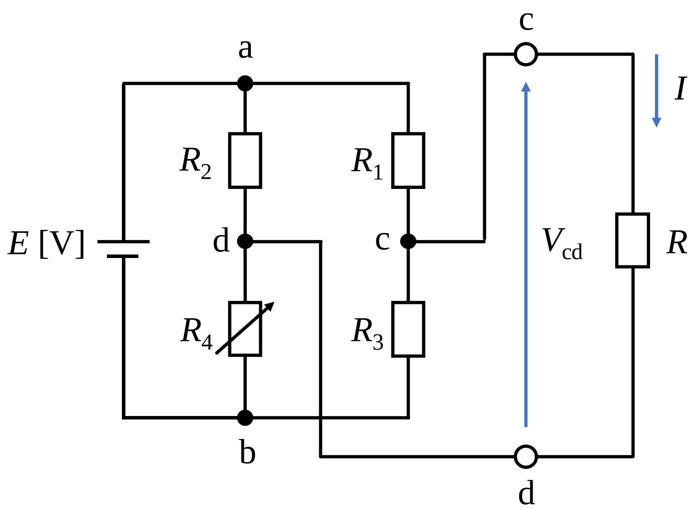
4. 右図のようなブリッジ回路がある．以下の各問を答えよ．

なお，(1)~(3)において R_4 は以下の値とする．（各８点，計32点）

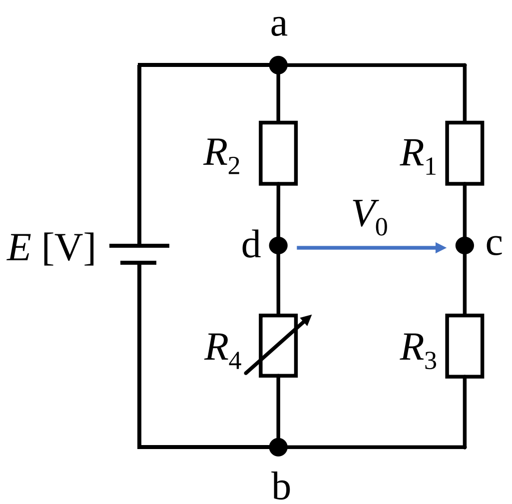
※ $E = 20$[V]，$R_1 = 2$ [Ω]，$R_2 = 8$ [Ω]，
$R_3 = 8$ [Ω]，$R_4 = 12$ [Ω]，$R = 3.6$ [Ω]



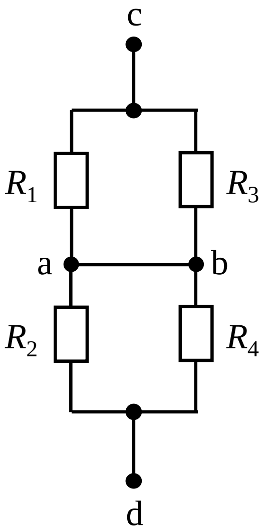
鳳・テブナンの定理として考える場合，
下図の(a)で書き換えられる．



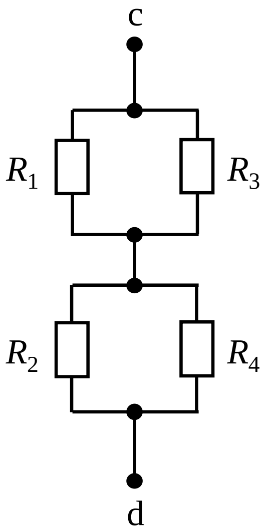
(a)



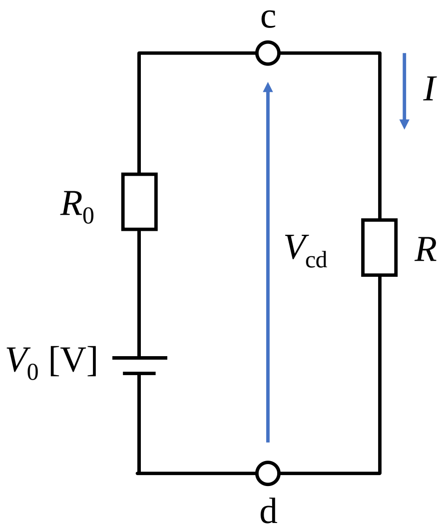
(b)



(c)



(d)



(e)

まず，抵抗 R を開放除去し，等価電圧源 V_0 を導出する．（図 b）

KVL より，V_0 は R_3 にかかる電圧と R_4 にかかる電圧の差で表すことができる．

$$V_0 = V_4 - V_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_3}E - \frac{R_4}{R_2 + R_4}E = \left(\frac{8}{2+8} - \frac{12}{8+12}\right) \times 20 = 4[\mathrm{V}]$$

次に，起電力 E を短絡除去し，内部抵抗 R_0 を求める．（図 c）

ここで，a-b 間は短絡しているため，図 d のように書き換えることができる．

$$R_0 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{2\times 8}{2+8} + \frac{8\times 12}{8+12} = \frac{32}{5} = 6.4[\Omega]$$

（1） 抵抗 R に流れる電流 I [A] を求めよ．

鳳・テブナンの定理により，回路は図 e の回路に書き換えることができた．

オームの法則より， $I = \frac{V_0}{R_0 + R} = \frac{4}{6.4+3.2} = \frac{4}{10} = 0.4[\mathrm{A}]$

（2） 端子 c-d 間にかかる端子電圧 V_{ab} [V] を求めよ．

V_{ab} は抵抗 R に電流 I が流れた際の電圧降下で表されるため，

オームの法則より， $V_{\mathrm{ab}} = IR = 0.4 \times 3.6 = 1.44[\mathrm{V}]$

（3） 抵抗 R で消費する電力 P_{o} [W] を求めよ．

$$P_0 = RI^2 = 3.6 \times 0.4^2 = 0.576 \approx 0.58[\mathrm{W}]$$

（4） 可変抵抗 R_4 を変化させたとき，ある抵抗値で抵抗 R に電流が流れなくなった．このときの抵抗値 R_4' [Ω] を求めよ．

電流が流れなくなるのは，鳳・テブナンの定理より，等価電圧源 V_0 がゼロの場合である．

即ち，R_3 にかかる電圧と R_4 にかかる電圧の差が無ければ良い．

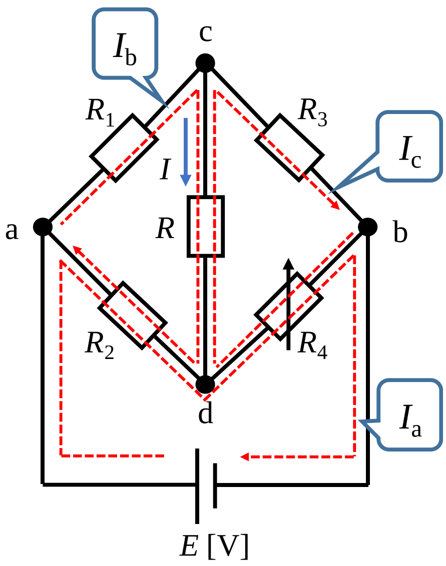
$$V_4 = V_3 \Rightarrow \frac{R_3}{R_1 + R_3}E = \frac{R_4'}{R_2 + R_4'}E \Rightarrow R_4' = \frac{R_3\left(R_2 + R_4'\right)}{R_1 + R_3} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_3 R_4'}{R_1 + R_3}$$

$$R_4'\left(1 - \frac{R_3}{R_1 + R_3}\right) = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow R_4'\left(\frac{R_1}{R_1 + R_3}\right) = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$\Rightarrow \therefore R_4' = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{8\times 8}{2} = 32[\Omega]$$

※別解：ブリッジ回路の平衡条件から導出してもよい（$R_1 R_4 = R_2 R_3$）

網目電流法から導出する場合，右図のように電流を定義し，KVL より式を立てる.



$$
\begin{cases}
E=(R_2+R_4)I_a-R_2I_b-R_4I_c \\
0=-R_2I_a+(R_1+R_2+R)I_b-RI_c \\
0=-R_4I_a-RI_b+(R_3+R_4+R)I_c
\end{cases}
$$

クラメルの公式を用いると，以下の通りとなる.

※ ***E*** **= 20[V]，*R*₁ = 2 [Ω]，*R*₂ = 8 [Ω]，**
R_3 = 8 [Ω]，R_4 = 12 [Ω]，*R* = 3.6 [Ω]

$$
\varDelta=\begin{vmatrix} R_2+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_1+R_2+R & -R \\ -R_4 & -R & R_3+R_4+R \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 20 & -8 & -12 \\ -8 & 13.6 & -3.6 \\ -12 & -3.6 & 23.6 \end{vmatrix}
$$

$$
=6419.2-345.6-345.6-1958.4-1510.4-259.2
$$

$$
=2000
$$

$$
I_a=\frac{\begin{vmatrix} E & -R_2 & -R_4 \\ 0 & R_1+R_2+R & -R \\ 0 & -R & R_3+R_4+R \end{vmatrix}}{\varDelta}=\frac{E}{\varDelta}\left\{(R_1+R_2+R)(R_3+R_4+R)-R^2\right\}
$$

$$
I_b=\frac{\begin{vmatrix} R_2+R_4 & E & -R_4 \\ -R_2 & 0 & -R \\ -R_4 & 0 & R_3+R_4+R \end{vmatrix}}{\varDelta}=\frac{E}{\varDelta}\left\{R_4R+R_2(R_3+R_4+R)\right\}
$$

$$
I_c=\frac{\begin{vmatrix} R_2+R_4 & -R_2 & E \\ -R_2 & R_1+R_2+R & 0 \\ -R_4 & -R & 0 \end{vmatrix}}{\varDelta}=\frac{E}{\varDelta}\left\{R_2R+R_4(R_1+R_2+R)\right\}
$$

ここで，導出したい電流 I は I_b と I_c の差となるので，

$$
I_b=\frac{E}{\varDelta}\left\{R_4R+R_2(R_3+R_4+R)\right\}=\frac{E}{\varDelta}\left\{12\times3.6+8\times(8+12+3.6)\right\}=\frac{232E}{\varDelta}
$$

$$
I_c=\frac{E}{\varDelta}\left\{R_2R+R_4(R_1+R_2+R)\right\}=\frac{E}{\varDelta}\left\{8\times3.6+12\times(2+8+3.6)\right\}=\frac{192E}{\varDelta}
$$

$$
I=I_b-I_c=\frac{E}{\varDelta}(232-192)=\frac{20\times40}{2000}=0.4
$$