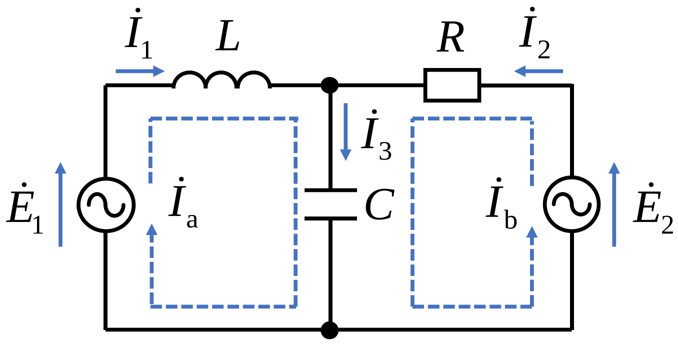
電気回路Ⅰ　第 13 回　解答

/ 100 点

学籍番号　　　　　　　　　　　**氏名**

13.1　図のような π 形 RLC 回路において，$\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$，$\dot{I}_3$ のフェーザ表示を求めよ．なお，$\dot{E}_1 = 100\angle 0°[\mathrm{V}]$，$\dot{E}_2 = 100\angle 90°[\mathrm{V}]$，$R = 100[\Omega]$，$L = 1000[\mathrm{mH}]$，$C = 100[\mu\mathrm{F}]$，$f = 100/(2\pi)[\mathrm{Hz}]$ とする．（各 20 点，計 60 点）



各インピーダンスは

$$L \to Z_1 = j\omega L = j100 \times 1000 \times 10^{-3} = j100$$

$$R \to Z_2 = 100$$

$$C \to Z_3 = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{100 \times 100 \times 10^{-6}} = -j100$$

KCL より，

$$\begin{cases} \dot{I}_\mathrm{a} = \dot{I}_1 \\ \dot{I}_\mathrm{b} = \dot{I}_2 \\ \dot{I}_\mathrm{a} + \dot{I}_\mathrm{b} = \dot{I}_3 \end{cases}$$

KVL より，

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_3)\dot{I}_\mathrm{a} + \dot{Z}_3\dot{I}_\mathrm{b} \\ \dot{E}_2 = \dot{Z}_3\dot{I}_\mathrm{a} + (\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3)\dot{I}_\mathrm{b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100 = (j100 - j100)\dot{I}_\mathrm{a} - j100\dot{I}_\mathrm{b} = -j100\dot{I}_\mathrm{b} \\ j100 = -j100\dot{I}_\mathrm{a} + (100 - j100)\dot{I}_\mathrm{b} \end{cases}$$

クラメルの公式より，

$$\begin{cases} \dot{I}_\mathrm{a} = \dfrac{\begin{vmatrix} 100 & -j100 \\ j100 & 100 - j100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & -j100 \\ -j100 & 100 - j100 \end{vmatrix}} = \dfrac{10^4 - j10^4 - 10^4}{10^4} = \dfrac{-j10^4}{10^4} = -j = 1\angle -90°[\mathrm{A}] \\ \dot{I}_\mathrm{b} = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & 100 \\ -j100 & j100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & -j100 \\ -j100 & 100 - j100 \end{vmatrix}} = \dfrac{j10^4}{10^4} = j = 1\angle 90°[\mathrm{A}] \end{cases}$$

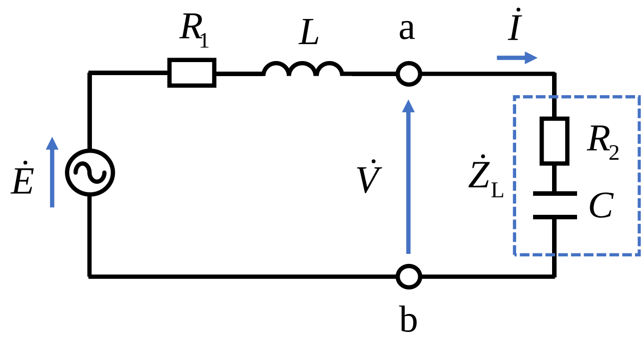
よって，各電流は

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_\mathrm{a} = 1\angle -90°[\mathrm{A}] \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_\mathrm{b} = 1\angle 90°[\mathrm{A}] \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_\mathrm{a} + \dot{I}_\mathrm{b} = 0[\mathrm{A}] \end{cases}$$

13.2　図の回路の各値を鳳-テブナンの定理を用いて導出する．以下の問いに答えよ．なお，$\dot{E}=100\angle 0°[\mathrm{V}]$，$R_1=30[\Omega]$，$R_2=20[\Omega]$，$L=0.05[\mathrm{H}]$，$C=200[\mu\mathrm{F}]$，$f=50[\mathrm{Hz}]$とする．（各８点，計40点）

※(1)~(4)はフェーザ表示で記述すること．

（1）　端子 a-b 間より右側のインピーダンス $\dot{Z}_\mathrm{L}$（負荷インピーダンス）を開放除去した際の等価電圧源 $\dot{V}_0$ を求めよ．



$\dot{Z}_\mathrm{L}$を開放とした場合，
電流が流れる経路が無くなる

$$\therefore \dot{V}_0=\dot{E}=100\angle 0°[\mathrm{V}]$$

（2）　回路網中の電圧源を短絡除去し，端子 a-b 間より左側から回路網を見た内部インピーダンス $\dot{Z}_0$ を求めよ．

$$\dot{Z}_0=R_1+j\omega L=30+j2\pi\times 50\times 0.05=30+j5\pi$$
$$=30+j15.71[\Omega]=33.86\angle 27.64°[\Omega]$$

（3）　負荷インピーダンス $\dot{Z}_\mathrm{L}$ に流れる電流 $\dot{I}$ を求めよ．

$$\dot{Z}_\mathrm{L}=R_2-j\frac{1}{\omega C}=20-j\frac{1}{2\pi\times 50\times 200\times 10^{-6}}=20-j15.92$$
$$=25.56\angle -38.51°[\Omega]$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}_0}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_\mathrm{L}}=\frac{100}{30+j15.71+20-j15.92}=2.00+j8.40\times 10^{-3}$$
$$=2.00\angle 0.24°[\mathrm{A}]$$

（4）　負荷インピーダンス $\dot{Z}_\mathrm{L}$ に生じる電圧 $\dot{V}$ を求めよ

$$\dot{V}=\dot{I}\cdot\dot{Z}_\mathrm{L}=(2.00\angle 0.24°)(25.56\angle -38.51°)$$
$$=40.13-j31.66=51.12\angle -38.27°[\mathrm{V}]$$

（5）　負荷インピーダンス $\dot{Z}_\mathrm{L}$ のうち，R_2 で消費する電力 P を求めよ．

問(2)より，$\dot{I}=I\angle\theta_\mathrm{I}=2.00\angle 0.24°[\mathrm{A}]$

消費電力は，$P=I^2R=2^2\times 20=4\times 20=80[\mathrm{W}]$