

9. 交流における直列接続及び並列接続

9. Series Connection and Parallel Connection in Alternating Current

講義内容

- 1. 回路要素の直列接続**
- 2. 回路要素の並列接続**
- 3. インピーダンスとアドミタンス**

回路要素の直列接続：R-L直列回路

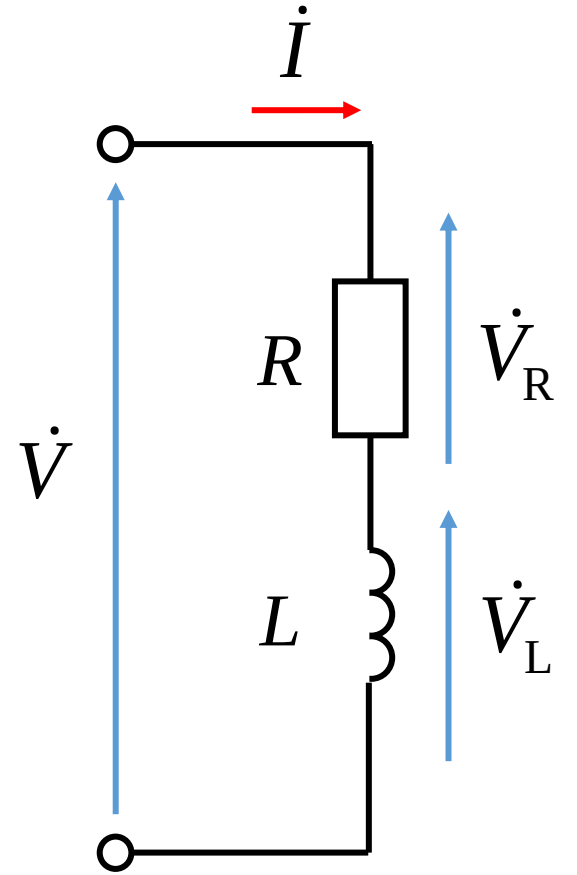
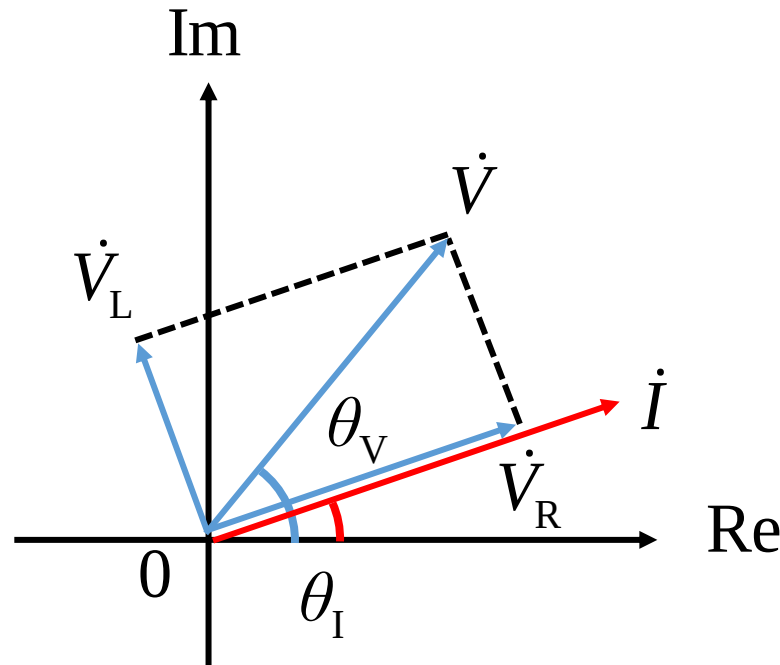
2

抵抗 R とインダクタンス L の直列接続

第 1 象限

$$\begin{cases} \dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L \\ \dot{V}_R = R\dot{I} \\ \dot{V}_L = j\omega L\dot{I} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L = (R + j\omega L)\dot{I}$$

オーム の法則より電流と
抵抗の電圧降下の
位相 は常に **等しい**



回路要素の直列接続： R - C 直列回路

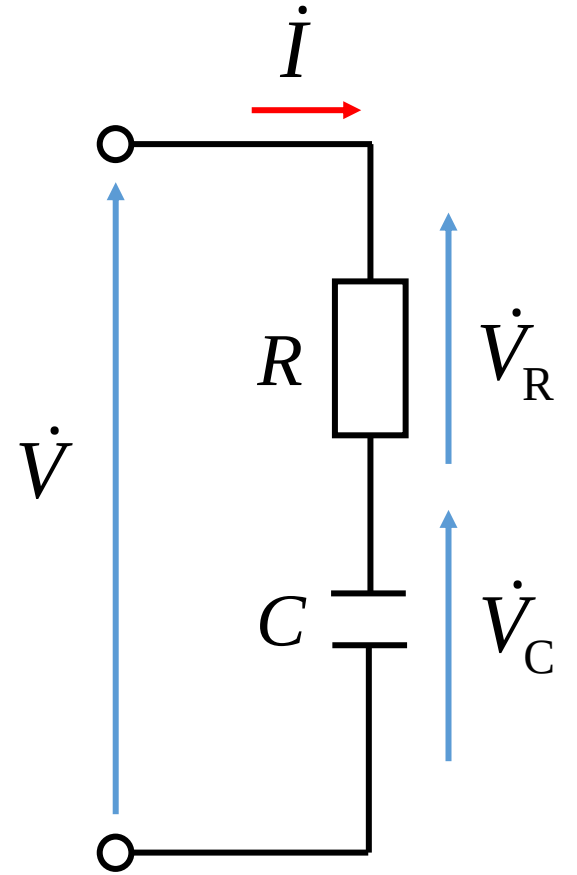
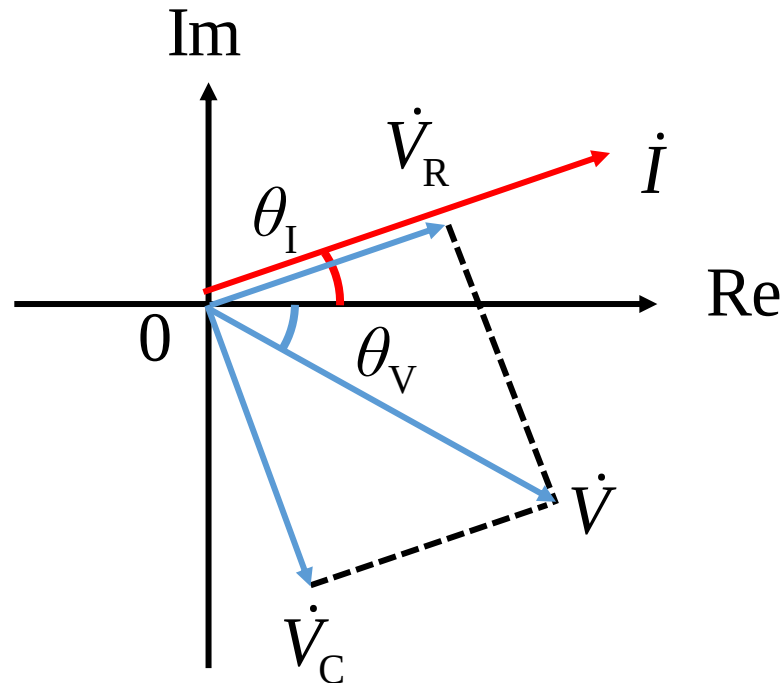
3

抵抗 R とキャパシタンス C の直列接続

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_C \\ \dot{V}_R = R\dot{I} \\ \dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_C = \left(R - j\frac{1}{\omega C} \right) \dot{I}$$

第 4 象限

オーム の法則より電流と
抵抗の電圧降下の
位相 は常に **等しい**



インピーダンス

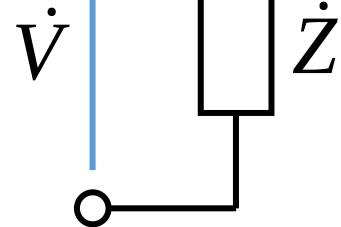
4

$R-L$ 直列回路
 $\dot{V} = (R + j\omega L)\dot{I}$

$$\dot{V} = \dot{Z}\dot{I}$$

$$\dot{Z}_{RL} = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \angle \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} [\Omega]$$

$R-C$ 直列回路
 $\dot{V} = \left(R - j\frac{1}{\omega C}\right)\dot{I}$



$$\dot{Z}_{RC} = R - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \angle \tan^{-1} \left(-\frac{1}{\omega CR}\right) [\Omega]$$

$\dot{Z}$: インピーダンス

左辺 : 複素数 表示, 右辺 : 極 (座標) 表示

インピーダンスの詳細

5

インピーダンス $\dot{Z} = R + jX [\Omega]$

リアクタンス

抵抗(レジスタンス)

L と C で構成されるエネルギーを消費 **しない** 疑似的な抵抗

$R - L$ 直列回路

$$\dot{Z}_{RL} = R + j\omega L$$

抵抗 : R

リアクタンス : $X = \omega L$

リアクタンスの符号が **正** :
誘導性 リアクタンス

$R - C$ 直列回路

$$\dot{Z}_{RC} = R - j\frac{1}{\omega C}$$

抵抗 : R

リアクタンス : $X = -\frac{1}{\omega C}$

リアクタンスの符号が **負** :
容量性 リアクタンス

アドミタンスとその詳細

6

アドミタンス $\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = \underbrace{G}_{\text{コンダクタンス}} + j \underbrace{B}_{\text{サセプタンス}} [\text{S}]$

インピーダンスの **逆数**

$R - L$ 直列回路 $\dot{Z}_{\text{RL}} = R + j\omega L \rightarrow \dot{Y}_{\text{RL}} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$

サセプタンスの符号が **負** :
誘導性 サセプタンス

$R - C$ 直列回路 $\dot{Z}_{\text{RC}} = R - j \frac{1}{\omega C} \rightarrow \dot{Y}_{\text{RC}} = \frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

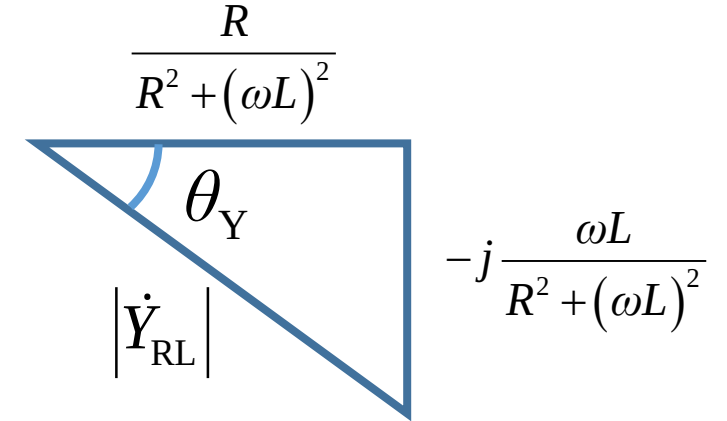
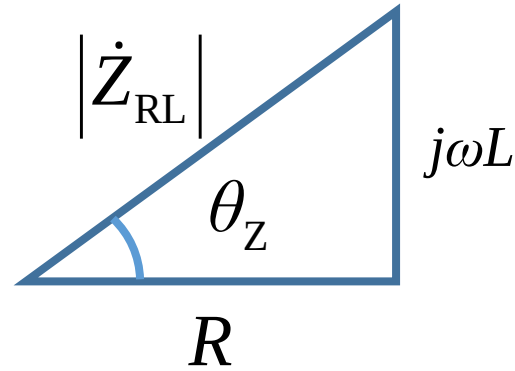
サセプタンスの符号が **正** :
容量性 サセプタンス

インピーダンス図, アドミタンス図

7

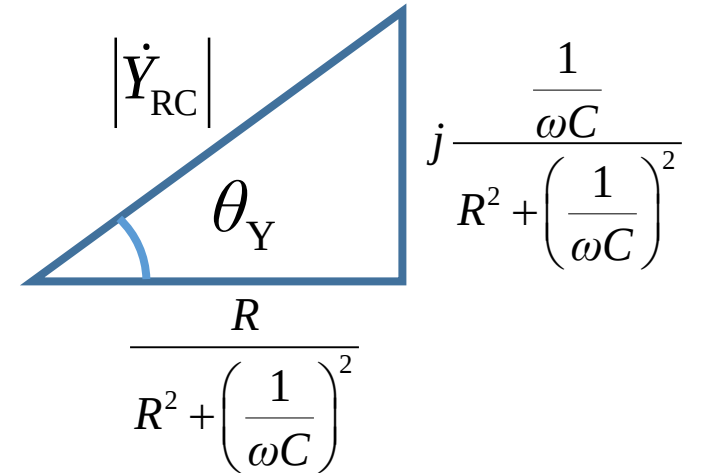
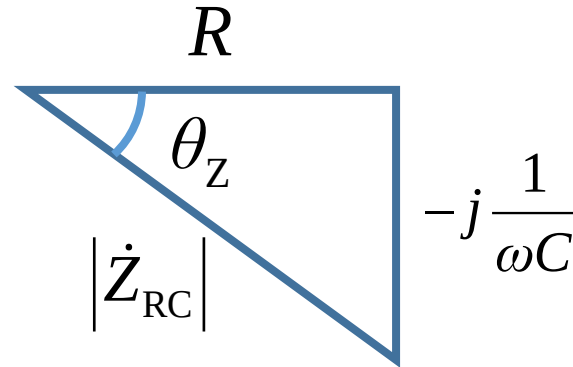
$R-L$ 直列回路

$$\begin{cases} \dot{Z}_{RL} = R + j\omega L \\ \dot{Y}_{RL} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \end{cases}$$



$R-C$ 直列回路

$$\begin{cases} \dot{Z}_{RC} = R - j \frac{1}{\omega C} \\ \dot{Y}_{RC} = \frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \end{cases}$$



$\dot{Z}$ 及び $\dot{Y}$ は **矢印** を用いて **表さない** ことに注意！

各種タンスのまとめ

$$\dot{Z} = R + jX[\Omega]$$

リアク タンス
レジス タンス
インピー ダンス

$$\dot{Z}(X > 0)$$

誘導性 リアク タンス
誘導(L)性 インピー ダンス
インダク タンス

$$\dot{Z}(X < 0)$$

容量性 リアク タンス
容量(C)性 インピー ダンス
キャパシ タンス

$$\dot{Y} = G + jB[S]$$

サセプ° タンス
コンダク タンス
アドミ タンス

$$\dot{Y}(B < 0)$$

誘導性 サセプ° タンス
誘導性 アドミ タンス

$$\dot{Y}(B > 0)$$

容量性 サセプ° タンス
容量性 アドミ タンス

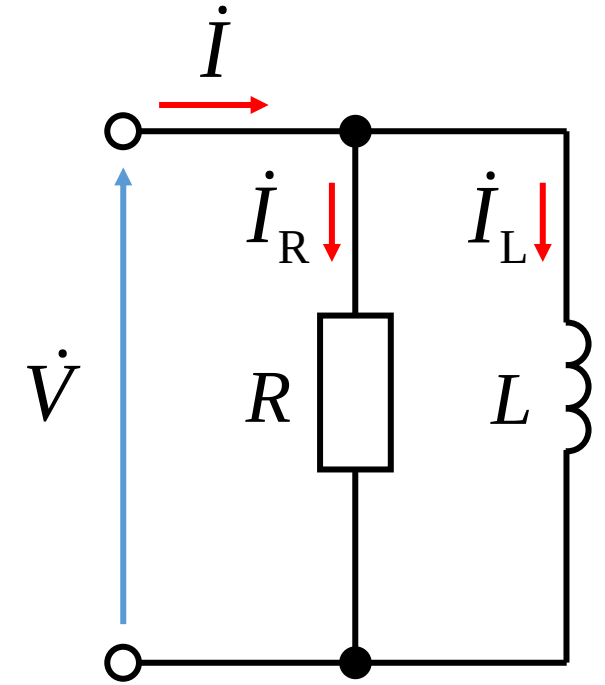
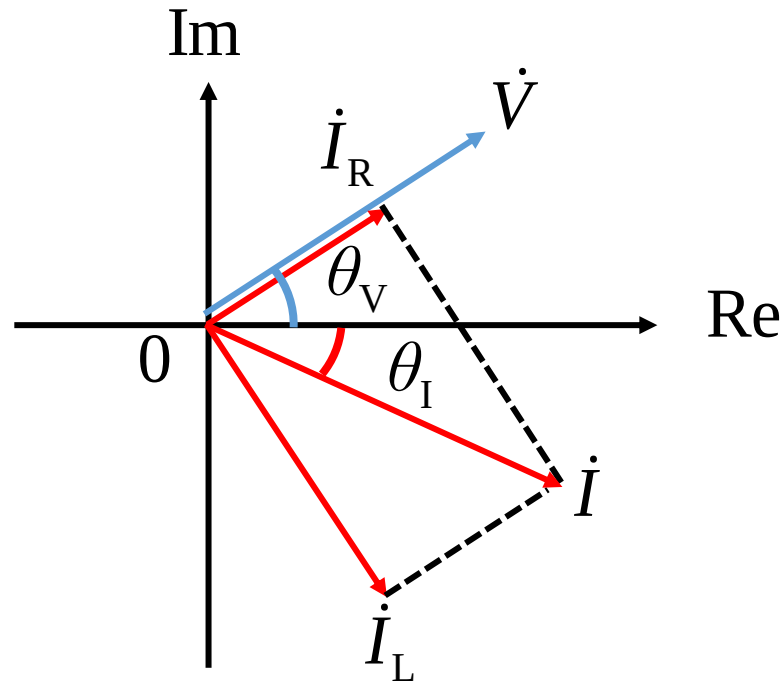
回路要素の並列接続：R-L並列回路

抵抗 R とインダクタンス L の並列接続

第 4 象限

$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L \\ \dot{I}_R = \frac{\dot{V}}{R} \\ \dot{I}_L = \frac{\dot{V}}{j\omega L} = -j \frac{\dot{V}}{\omega L} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L = \left(\frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} \right) \dot{V}$$

オーム の法則より電流と
抵抗の電圧降下の
位相 は常に **等しい**



回路要素の並列接続：R-C並列回路

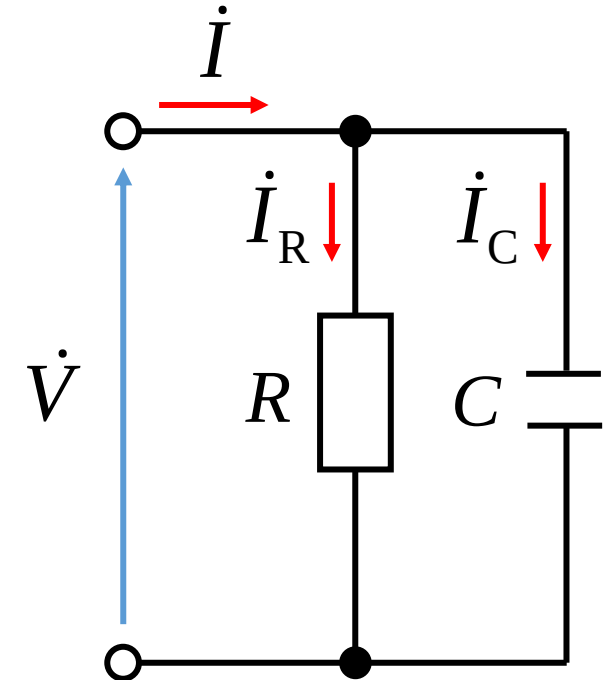
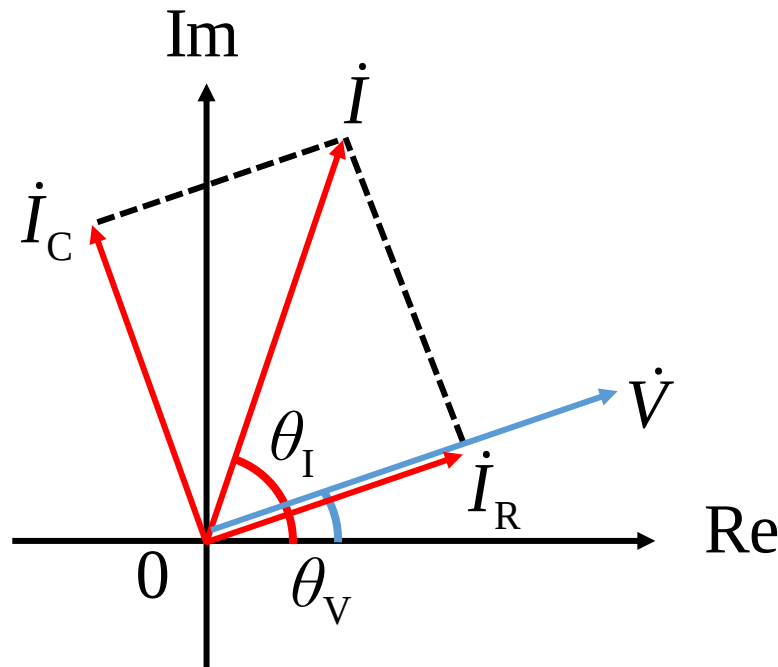
10

抵抗 R とキャパシタンス C の並列接続

$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C \\ \dot{I}_R = \frac{\dot{V}}{R} \\ \dot{I}_C = j\omega C \dot{V} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C = \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right) \dot{V}$$

第 1 象限

オーム の法則より電流と
抵抗の電圧降下の
位相 は常に **等しい**



インピーダンスとその詳細

11

インピーダンス $\dot{Z} = \frac{1}{\dot{Y}} = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} = \underbrace{R}_{\text{アドミタンスの 逆数}} + j \underbrace{X}_{\text{リアクタンス 抵抗}} [\Omega]$

$R - L$ 並列回路

$$\dot{Y}_{RL} = \frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_{RL} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega L}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

リアクタンスの符号が **正** :
誘導性 リアクタンス

$R - C$ 並列回路

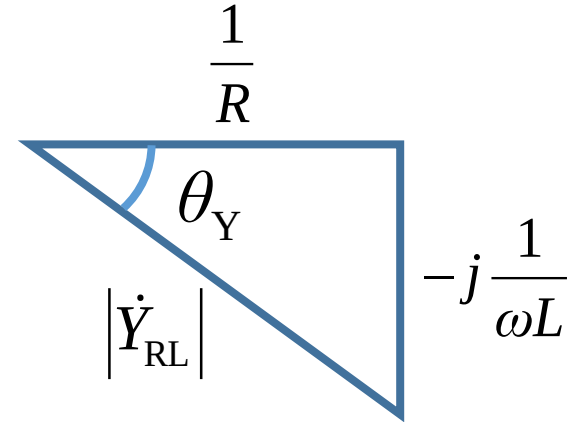
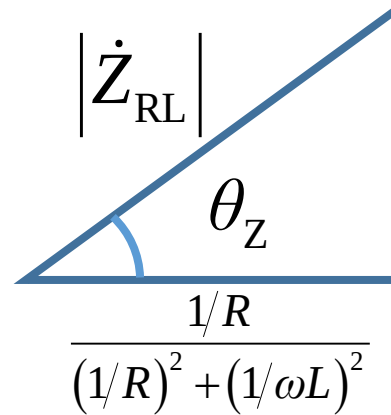
$$\dot{Y}_{RC} = \frac{1}{R} + j\omega C \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_{RC} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} - j \frac{\omega C}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

リアクタンスの符号が **負** :
容量性 リアクタンス

インピーダンス図, アドミタンス図

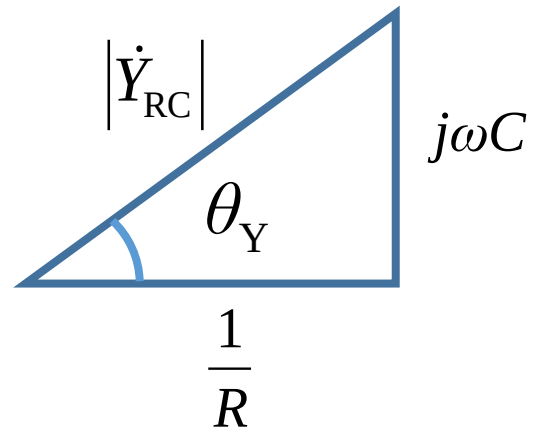
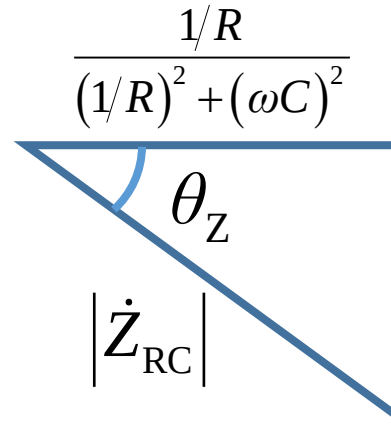
$R-L$ 並列回路

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_{RL} = \frac{1/R}{(1/R)^2 + (1/\omega L)^2} + j \frac{1/\omega L}{(1/R)^2 + (1/\omega L)^2} \\ \dot{Y}_{RL} = \frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} \end{array} \right.$$



$R-C$ 並列回路

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_{RC} = \frac{1/R}{(1/R)^2 + (\omega C)^2} - j \frac{\omega C}{(1/R)^2 + (\omega C)^2} \\ \dot{Y}_{RC} = \frac{1}{R} + j\omega C \end{array} \right.$$



$\dot{Z}$ 及び $\dot{Y}$ は **矢印** を用いて **表さない** ことに注意！

例題： R - L 直列回路， R - L 並列回路

13

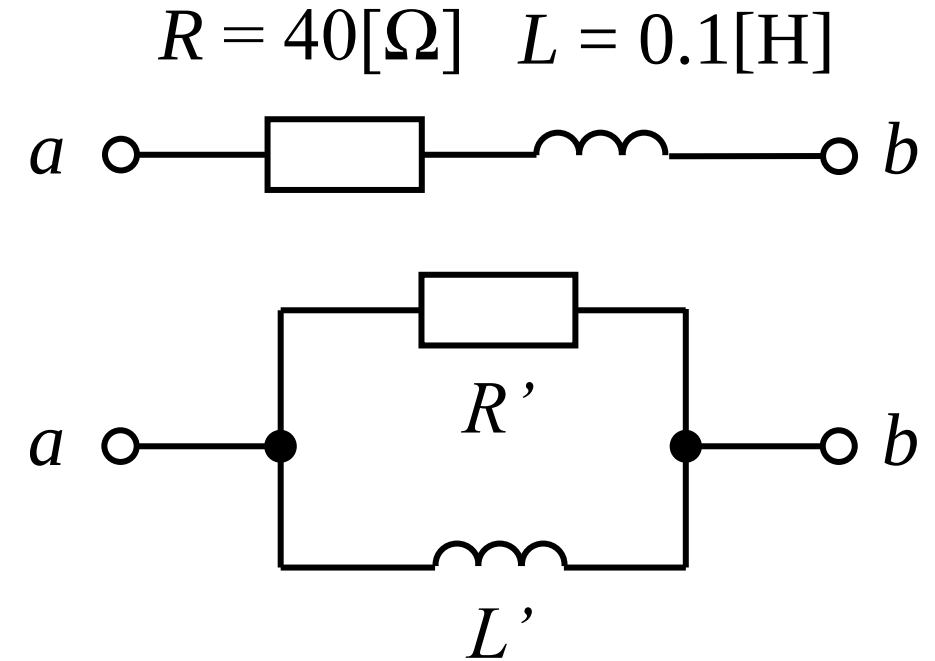
図のような R - L 直列回路と周波数50[Hz]で等価な R - L 並列回路の R' および L' を求めよ

$R-L$ 直列回路のインピーダンスは

$$\dot{Z}_{\text{RLS}} = R + j\omega L = 40 + j10\pi [\Omega]$$

$R-L$ 直列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\text{RLS}} = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{40 - j10\pi}{40^2 + (10\pi)^2} = \frac{40}{40^2 + (10\pi)^2} - j \frac{10\pi}{40^2 + (10\pi)^2} [\text{S}]$$



例題： R - L 直列回路， R - L 並列回路

14

図のような R - L 直列回路と周波数50[Hz]で等価な R - L 並列回路の R' および L' を求めよ

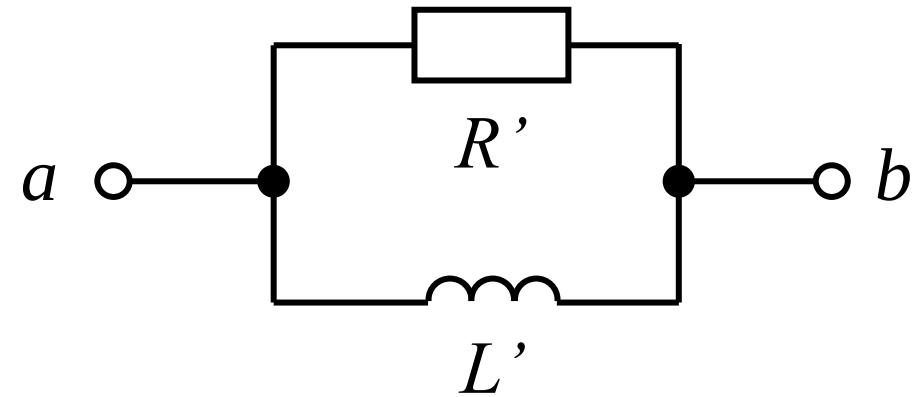
R - L 並列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\text{RLP}} = \frac{1}{R'} - j \frac{1}{\omega L'} [\text{S}]$$

実部と虚部を取り出して、

$$\begin{cases} \frac{1}{R'} = \frac{40}{40^2 + (10\pi)^2} \\ \frac{1}{\omega L'} = \frac{10\pi}{40^2 + (10\pi)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R' = \frac{40^2 + (10\pi)^2}{40} \\ \omega L' = \frac{40^2 + (10\pi)^2}{10\pi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R' = \frac{40^2 + (10\pi)^2}{40} = 64.47 [\Omega] \\ L' = \frac{40^2 + (10\pi)^2}{10\pi \times 2\pi \times 50} = 0.262 [\text{H}] \end{cases}$$

$$R = 40[\Omega] \quad L = 0.1[\text{H}]$$

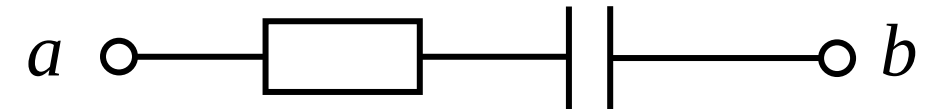


例題： R - C 直列回路， R - C 並列回路

15

図のような R - C 直列回路と周波数50[Hz]で等価な R - C 並列回路の R' および C' を求めよ

$$R = 400[\Omega] \quad C = 10[\mu\text{F}]$$

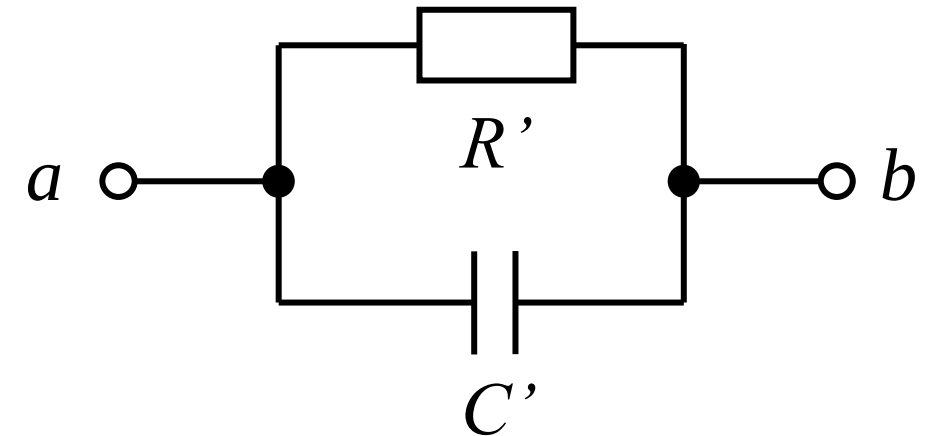


R - C 直列回路のインピーダンスは

$$\dot{Z}_{\text{RCS}} = R + \frac{1}{j\omega C} = 400 - j\frac{1000}{\pi} [\Omega]$$

R - C 直列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\text{RCS}} = \frac{1}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{R + j\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{400 + j\frac{1000}{\pi}}{400^2 + \left(\frac{1000}{\pi}\right)^2} = \frac{400}{400^2 + \left(\frac{1000}{\pi}\right)^2} + j\frac{\frac{1000}{\pi}}{400^2 + \left(\frac{1000}{\pi}\right)^2} [\text{S}]$$

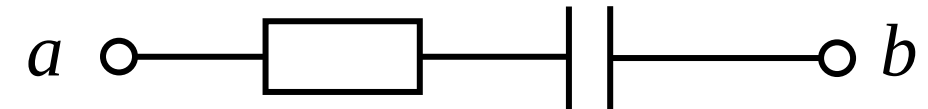


例題： R - C 直列回路， R - C 並列回路

16

図のような R - C 直列回路と周波数50[Hz]で等価な R - C 並列回路の R' および C' を求めよ

$$R = 400[\Omega] \quad C = 10[\mu\text{F}]$$



R - C 並列回路のアドミタンスは

$$\dot{Y}_{\text{RCP}} = \frac{1}{R'} + j\omega C' [\text{S}]$$

実部と虚部を取り出して、

$$\begin{cases} \frac{1}{R'} = \frac{400}{400^2 + (1000/\pi)^2} \\ \omega C' = \frac{1000/\pi}{400^2 + (1000/\pi)^2} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R' = \frac{400^2 + (1000/\pi)^2}{400} = 653.30[\Omega] \\ C' = \frac{1000/\pi}{\{400^2 + (1000/\pi)^2\} \times 2\pi \times 50} = 3.877[\mu\text{F}] \end{cases}$$

