

# **10. 2端子回路の直列接続**

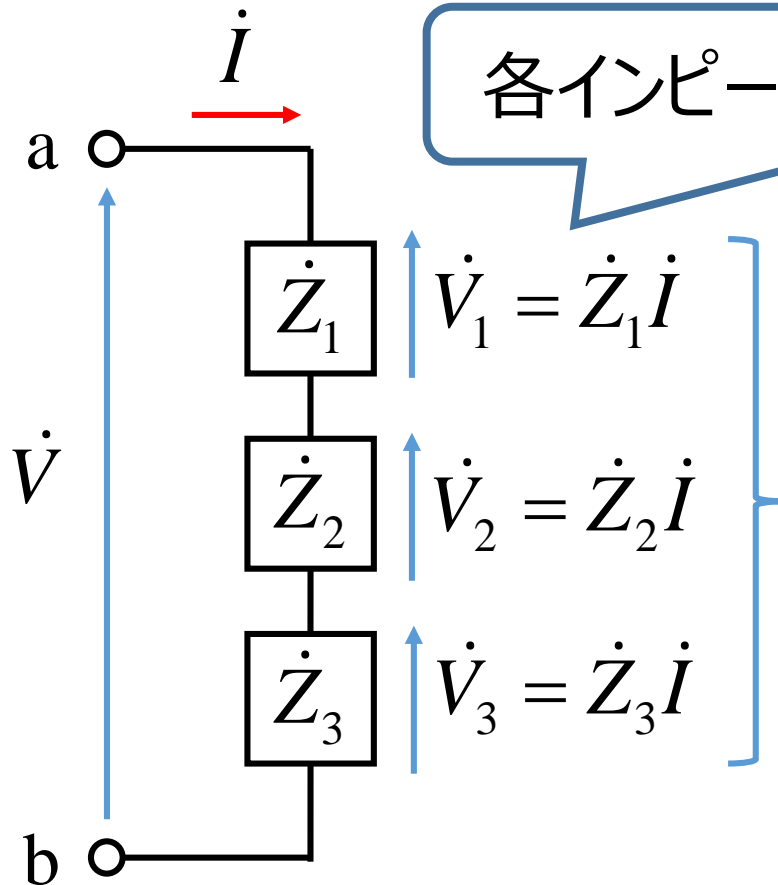
## **10. Serial Connection of Two-Terminal Circuit**

### **講義内容**

- 1. インピーダンスの直列接続**
- 2. インピーダンスとアドミタンスの直列接続**
- 3. 直列回路・直並列回路の例題**

# インピーダンスの直列接続

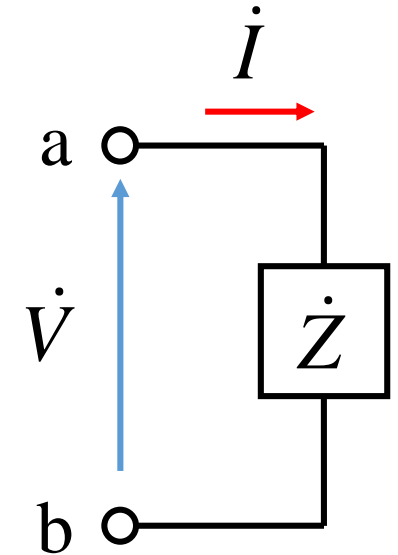
各インピーダンスの端子電圧



$$\dot{V}_1 = Z_1 i$$
$$\dot{V}_2 = Z_2 i$$
$$\dot{V}_3 = Z_3 i$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \\ &= Z_1 i + Z_2 i + Z_3 i = (Z_1 + Z_2 + Z_3) i \end{aligned}$$

直流回路と  
本質は同じ



a-b間の合成インピーダンス

$$\therefore Z = \frac{\dot{V}}{i} = \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_3) i}{i} = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

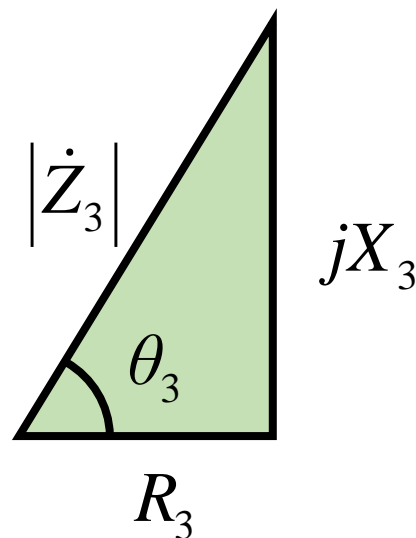
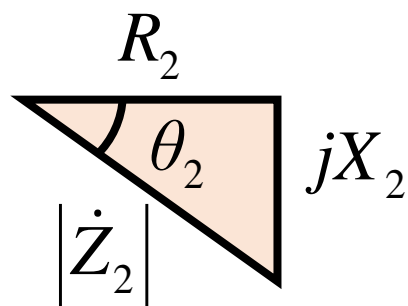
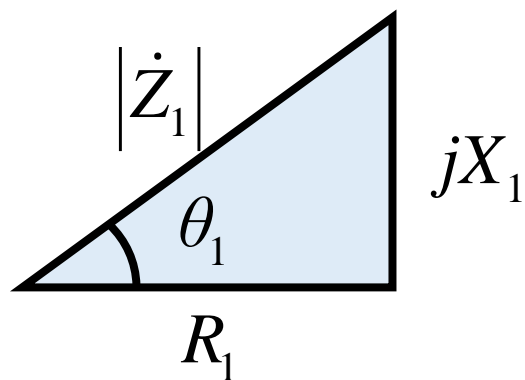
# 合成インピーダンス

$$\dot{Z}_1 = |\dot{Z}_1| \angle \theta_1 = |\dot{Z}_1| \cos \theta_1 + j |\dot{Z}_1| \sin \theta_1 \equiv R_1 + jX_1$$

$$\dot{Z}_2 = |\dot{Z}_2| \angle \theta_2 = |\dot{Z}_2| \cos \theta_2 + j |\dot{Z}_2| \sin \theta_2 \equiv R_2 + jX_2$$

$$\dot{Z}_3 = |\dot{Z}_3| \angle \theta_3 = |\dot{Z}_3| \cos \theta_3 + j |\dot{Z}_3| \sin \theta_3 \equiv R_3 + jX_3$$

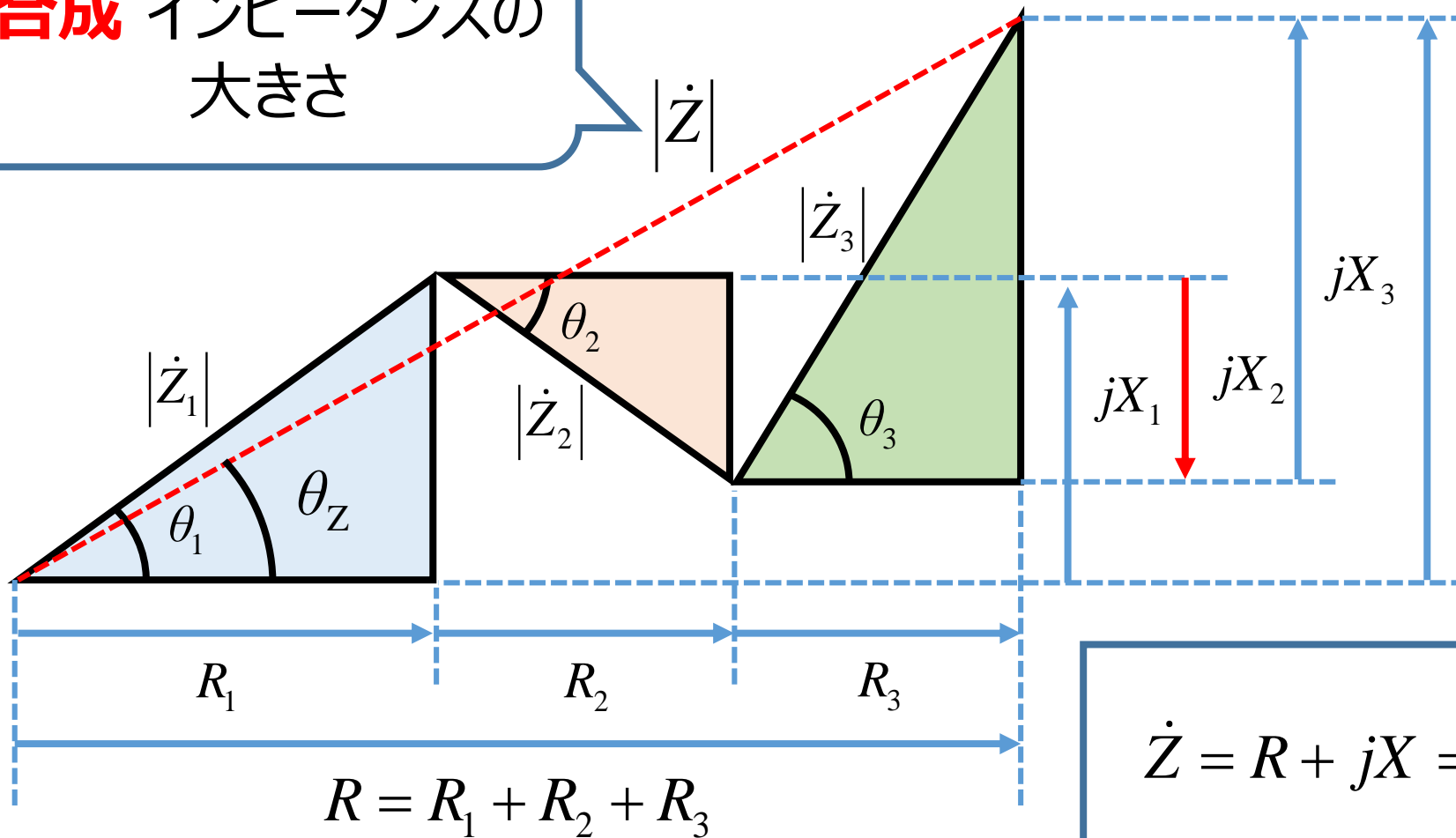
$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 \\ &= (R_1 + R_2 + R_3) \\ &\quad + j(X_1 + X_2 + X_3) \end{aligned}$$



各インピーダンス図を  
**合成** させて  
合成インピーダンス図を  
**作成** する

# 合成インピーダンス

**合成** インピーダンスの  
大きさ

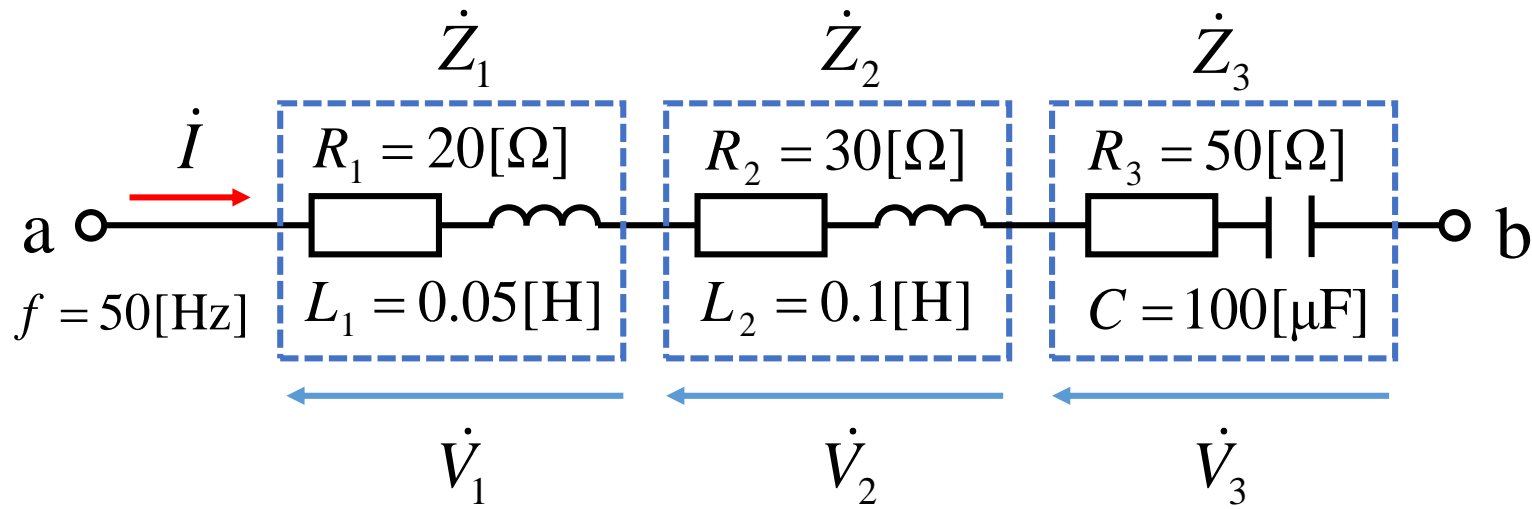


$$jX = j(X_1 + X_2 + X_3)$$

リアクタンスは  
**誘導** 性なら正(+)  
**容量** 性なら負(-)

$$\dot{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \text{Tan}^{-1} \frac{X}{R}$$

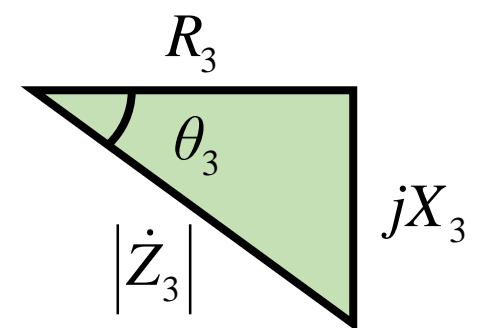
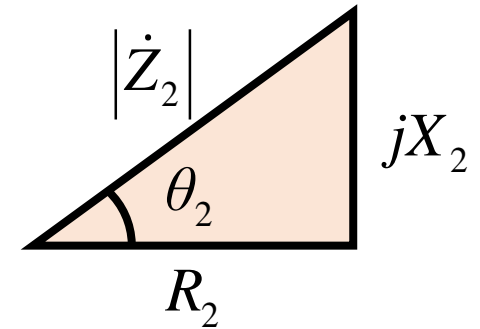
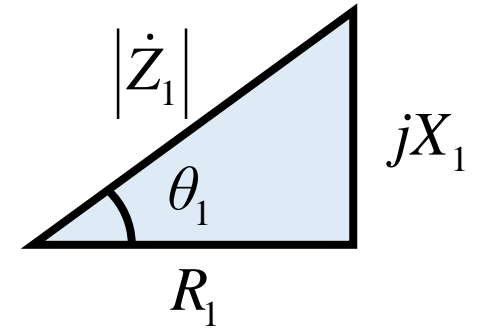
# 例題1：合成インピーダンス



$$\dot{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 20 + j2\pi \times 50 \times 0.05 = 20 + j15.71 [\Omega]$$

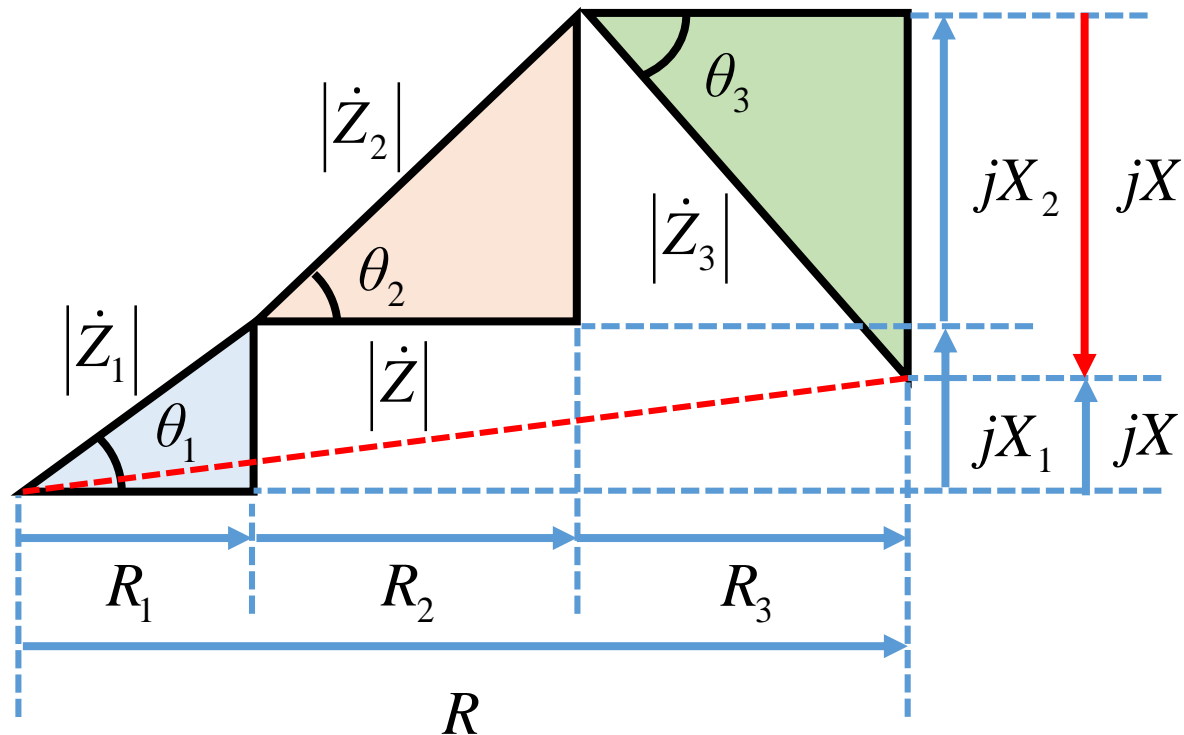
$$\dot{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 30 + j2\pi \times 50 \times 0.1 = 30 + j31.42 [\Omega]$$

$$\dot{Z}_3 = R_3 - j\frac{1}{\omega C} = 50 - j\frac{1}{2\pi \times 100 \times 10^{-6}} = 50 - j31.83 [\Omega]$$



# 例題1：合成インピーダンス

$$\begin{aligned}\text{合成インピーダンス： } \dot{Z} &= \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 = (R_1 + R_2 + R_3) + j(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= (20 + 30 + 50) + j(15.71 + 31.42 - 31.83) \\ &= 100 + j15.30[\Omega]\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\dot{Z} &= 100 + j15.30[\Omega] \\ &= \sqrt{100^2 + 15.30^2} \angle \text{Tan}^{-1} \frac{15.30}{100} \\ &= 101.2 \angle 8.699^\circ [\Omega]\end{aligned}$$

キャパシタンス  $C$  は含んでいるが  
**誘導** 性インピーダンスとなる

# 例題1：電圧・電流のフェーザ図

a-b間に電圧  $\dot{V} = 100 \angle 0^\circ$  を加えたときに流れる電流  $i$

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{101.2 \angle 8.699^\circ} = 0.9881 \angle -8.699^\circ \text{ [A]}$$

各端子電圧  $\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dot{V}_3$  を求める

$$\dot{Z}_1 = \sqrt{20^2 + 15.71^2} \angle \tan^{-1} \frac{15.71}{20} = 25.43 \angle 38.15^\circ \text{ [\Omega]}$$

$$\dot{Z}_2 = \sqrt{30^2 + 31.42^2} \angle \tan^{-1} \frac{31.42}{30} = 43.44 \angle 46.32^\circ \text{ [\Omega]}$$

$$\dot{Z}_3 = \sqrt{50^2 + 31.83^2} \angle \tan^{-1} \frac{31.83}{50} = 59.27 \angle -32.48^\circ \text{ [\Omega]}$$

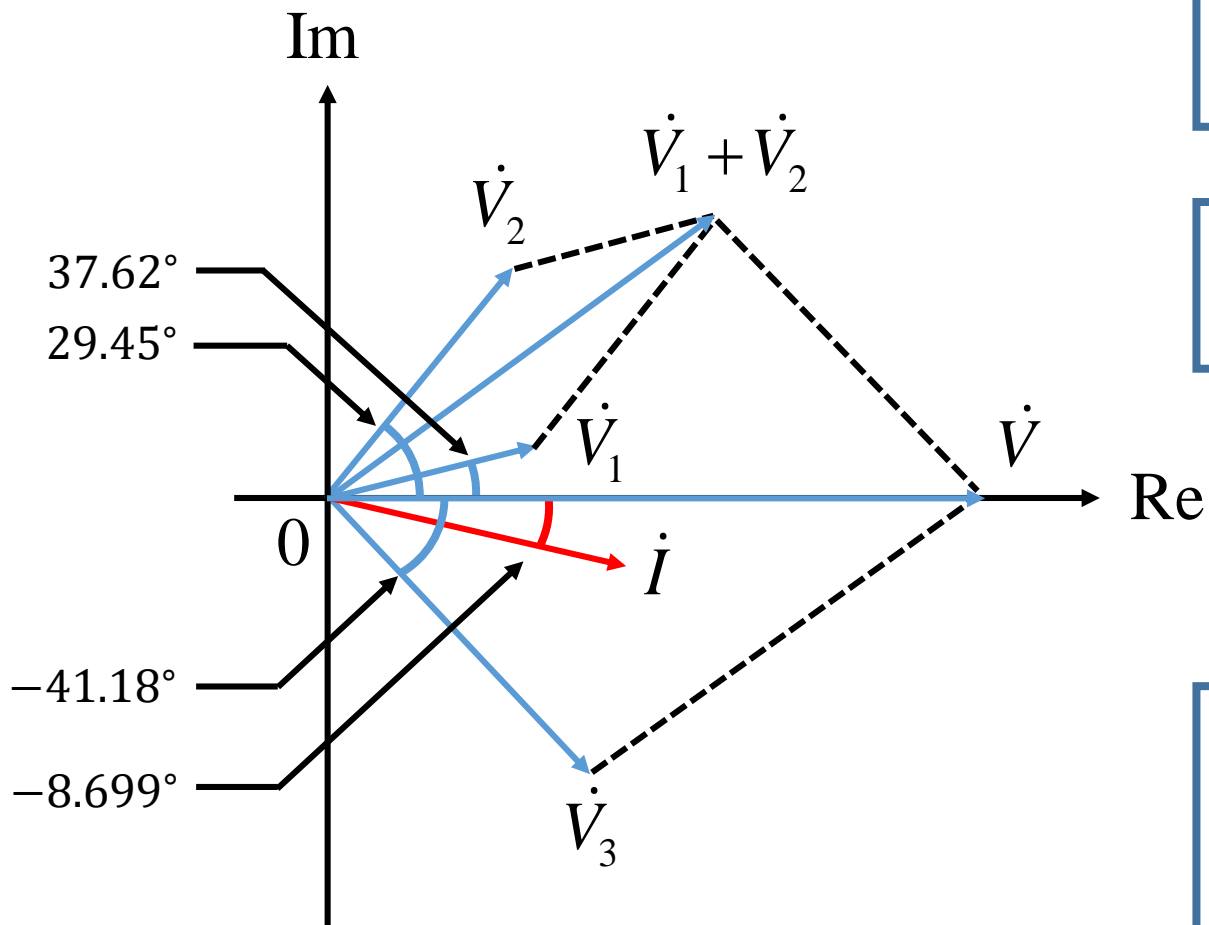
乗算( $\times$ )の場合の角度計算は加算(+)

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{I}\dot{Z}_1 = (0.9881 \angle -8.699^\circ)(25.43 \angle 38.15^\circ) \\ &= (0.9881 \times 25.43) \angle (-8.699^\circ + 38.15^\circ) \\ &= 25.13 \angle 29.45^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{I}\dot{Z}_2 = (0.9881 \angle -8.699^\circ)(43.44 \angle 46.32^\circ) \\ &= (0.9881 \times 43.44) \angle (-8.699^\circ + 46.32^\circ) \\ &= 42.92 \angle 37.62^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{I}\dot{Z}_3 = (0.9881 \angle -8.699^\circ)(59.27 \angle -32.48^\circ) \\ &= (0.9881 \times 59.27) \angle (-8.699^\circ - 32.48^\circ) \\ &= 58.56 \angle -41.18^\circ \text{ [V]} \end{aligned}$$

# 例題1：電圧・電流のフェーザ図



$\dot{V}_1 + \dot{V}_2$  は **フェーザ** 表示で計算 **できない**

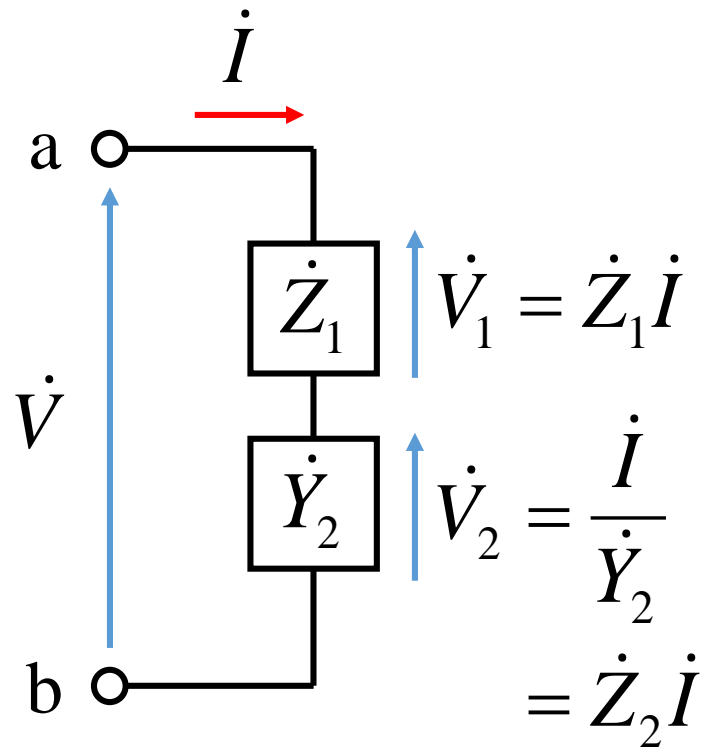
$\dot{V}_1$  と  $\dot{V}_2$  は **R-L** 回路なので **誘導** 性となる

$\dot{V}_3$  は **R-C** 回路なので **容量** 性となる

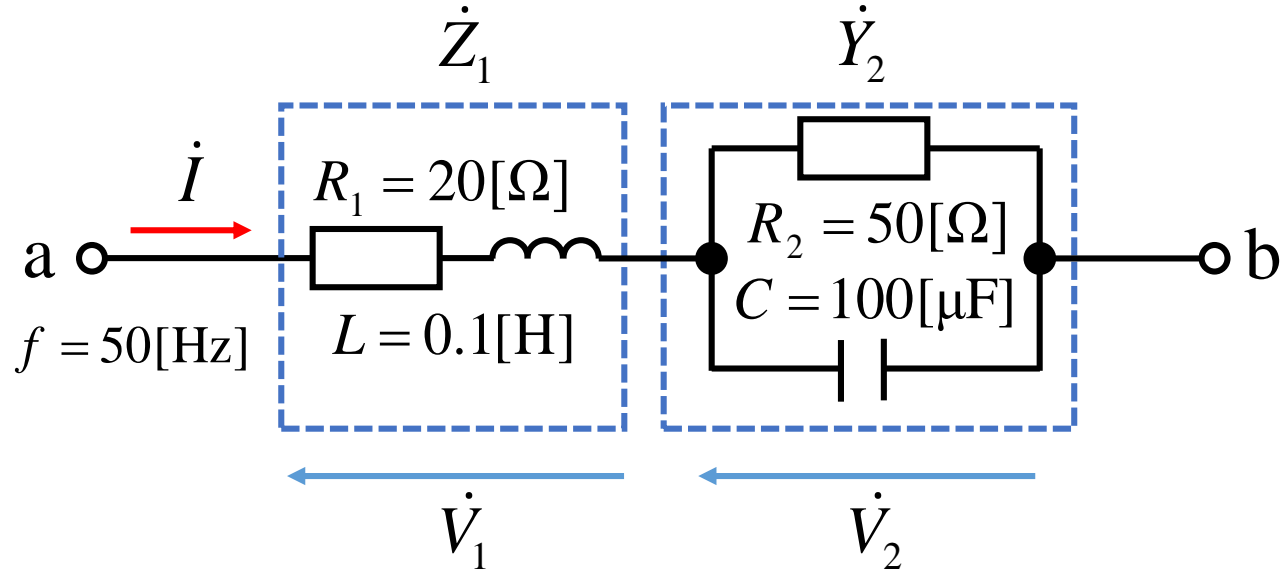
**合成** インピーダンスは **誘導** 性なので  
電流  $i$  は電圧  $\dot{v}$  に対して **遅れる**



# インピーダンスとアドミタンスの直列接続と例題2



アドミタンスを  
インピーダンスに **変換**



$$\left\{ \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= R_1 + j\omega L = 20 + j2\pi \times 50 \times 0.1 = 20 + j31.42 [\Omega] \\ \dot{Y}_2 &= \frac{1}{R_2} + j\omega C = \frac{1}{50} + j2\pi \times 50 \times 100 \times 10^{-6} = 0.02 + j0.03142 [\text{S}] \\ &= 0.03725 \angle 57.52^\circ [\text{S}] \\ \dot{Z}_2 &= \frac{1}{\dot{Y}_2} = \frac{1}{0.03725 \angle 57.52^\circ} = \frac{1}{0.03725} \angle 0 - 57.52^\circ = 26.85 \angle -57.52^\circ [\Omega] \\ &= 14.42 - j22.65 [\Omega] \end{aligned} \right.$$

# 例題2：合成インピーダンスと端子電圧

合成インピーダンス

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = (20 + j31.42) + (14.42 - j22.65) = (20 + 14.42) + j(31.42 - 22.65) \\ &= 34.42 + j8.770 = 35.52 \angle 14.29^\circ [\Omega]\end{aligned}$$

a-b間に電圧  $\dot{V} = 100 \angle 0^\circ$  を加えたときに流れる電流  $\dot{i}$

$$\dot{i} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{35.52 \angle 14.29^\circ} = \frac{100}{35.52} \angle (0^\circ - 14.29^\circ) = 2.815 \angle -14.29^\circ [\text{A}]$$

除算 ( $\div$ ) の場合の  
角度計算は減算 ( $-$ )

各端子電圧  $\dot{V}_1, \dot{V}_2$  を求める

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = 20 + j31.42 \\ \quad = 37.25 \angle 57.52^\circ [\Omega] \\ \dot{Z}_2 = 26.85 \angle -57.52^\circ [\Omega] \end{cases}$$



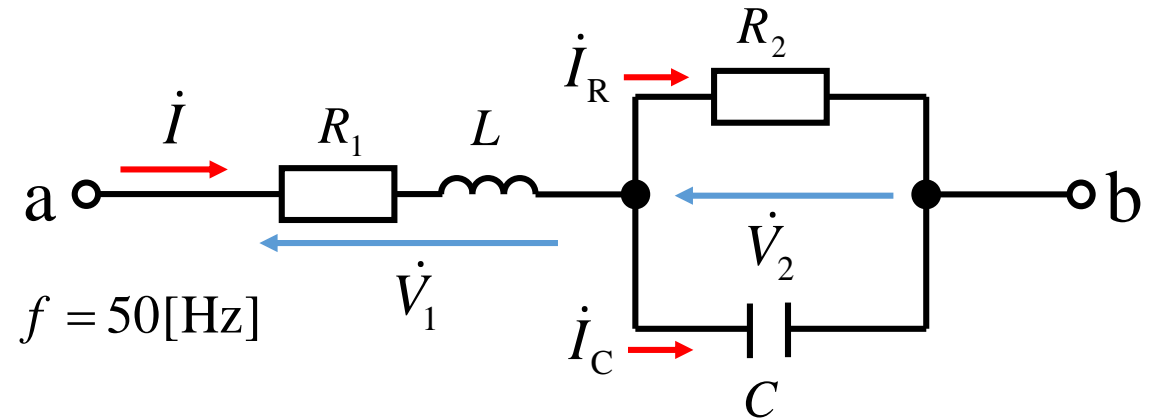
$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{i}\dot{Z}_1 = (2.815 \angle -14.29^\circ)(37.25 \angle 57.52^\circ) \\ \quad = 104.9 \angle 43.23^\circ [\text{V}] \\ \dot{V}_2 = \dot{i}\dot{Z}_2 = (2.815 \angle -14.29^\circ)(26.85 \angle -57.52^\circ) \\ \quad = 75.58 \angle -71.81^\circ [\text{V}] \end{cases}$$

# 例題2：各素子に流れる電流

$R_2$ と $C$ に流れる電流  $i_R$ ,  $i_C$  を求める

$$i_R = \frac{\dot{V}_2}{R_2} = \frac{75.58 \angle -71.81^\circ}{50} = 1.512 \angle -71.81^\circ [\text{A}]$$

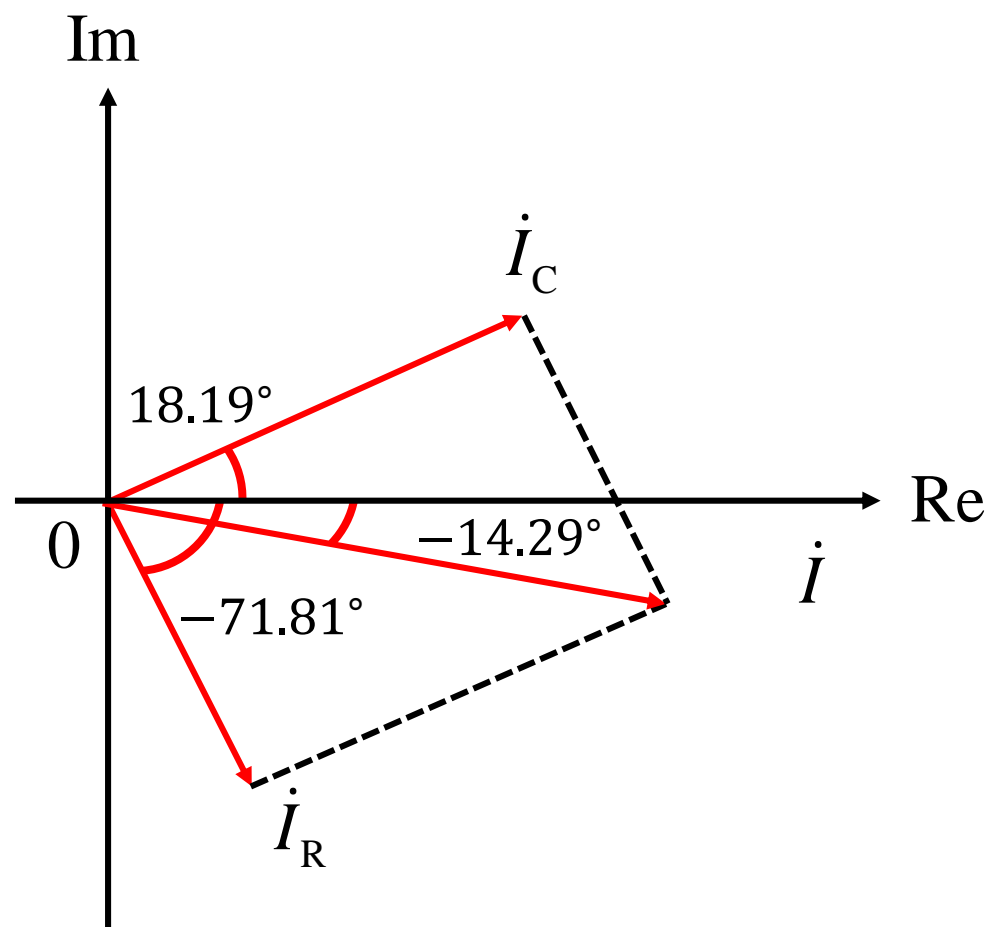
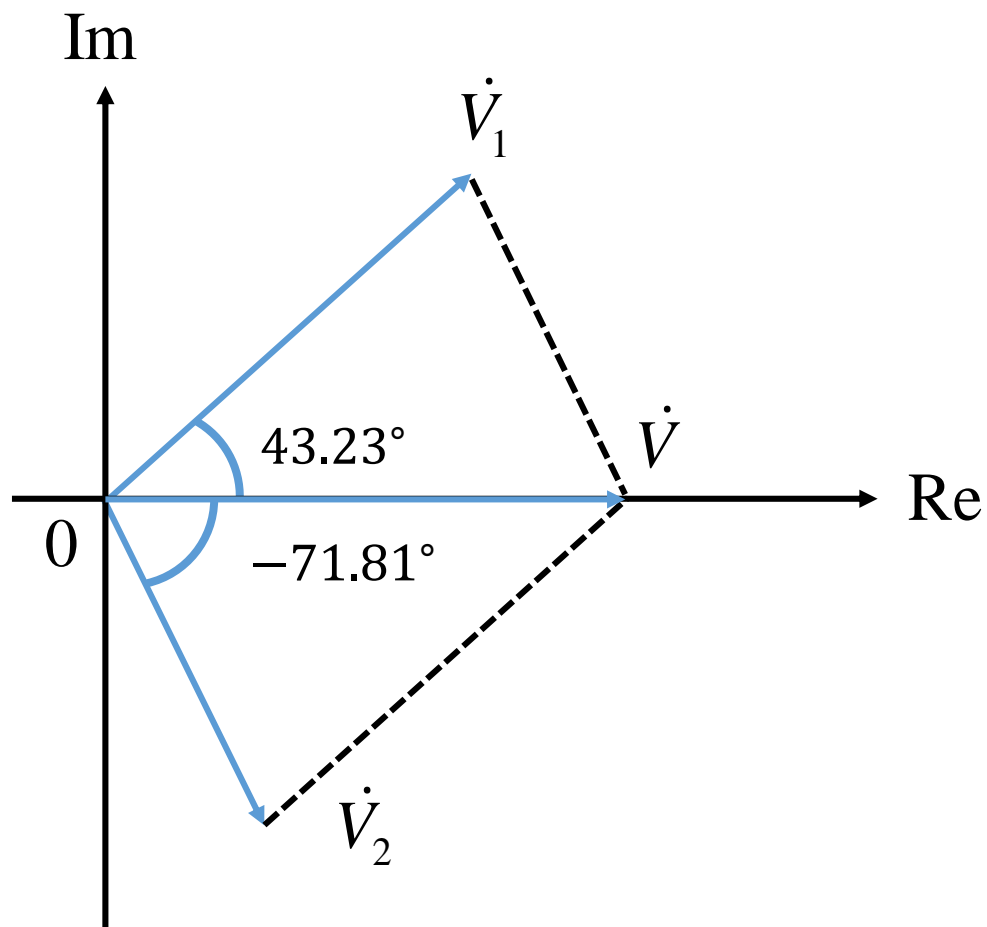
$$\begin{aligned} i_C &= j\omega C \dot{V}_2 = j0.03142 \times 75.58 \angle -71.81^\circ \\ &= 0.03142 \times 75.58 \angle (90 - 71.81^\circ) \\ &= 2.375 \angle 18.19^\circ [\text{A}] \end{aligned}$$



$i_R$  と  $i_C$  の位相は  $90^\circ$  離れている

$i_C$  は  $i_R$  よりも位相が  $90^\circ$  **進んで** いる  
 $i_R$  は  $i_C$  よりも位相が  $90^\circ$  **遅れて** いる

# 例題2：電圧・電流のフェーザ図



抵抗に流れる電流と抵抗にかかる電圧の **位相** は常に **等しい**