

17. 電磁誘導結合回路

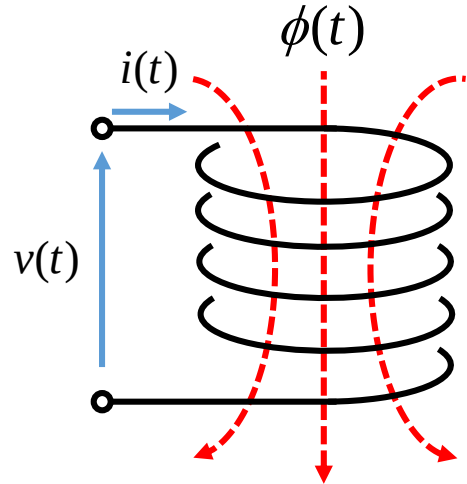
17. Electro-Magnetic Induction Coupling Circuit

講義内容

1. 自己インダクタンス L
2. 相互インダクタンス M
3. 電磁誘導結合回路の一般理論
4. 電磁誘導結合回路の特殊な場合

自己インダクタンス L

2



巻数 N の
コイル

導線を巻いたコイルに **電流** $i(t)$ を流す

コイルを鎖交して, 電流 $i(t)$ に **比例** した
磁束 $\phi(t)$ が発生 (鎖交 = 貫通)

磁束 $\phi(t)$ がコイルと鎖交する **磁束量** $\Phi(t)$ も
電流 $i(t)$ に **比例** する (Φ : **磁束鎖交数**)

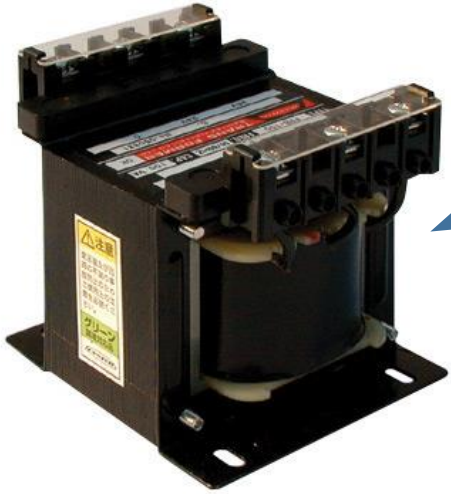
比例定数 を L とすると
 $\Phi(t) = Li(t)[\text{Wb}]$

磁束量 $\Phi(t)$ が変化すると,
変化の速さに **比例** して変化を
妨げる 方向に **電圧** $v(t)$ が生じる

電磁誘導電圧 $v(t)$ (**誘導起電力**) $v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt} [\text{V}]$

電気回路と磁気回路（空心インダクタ）

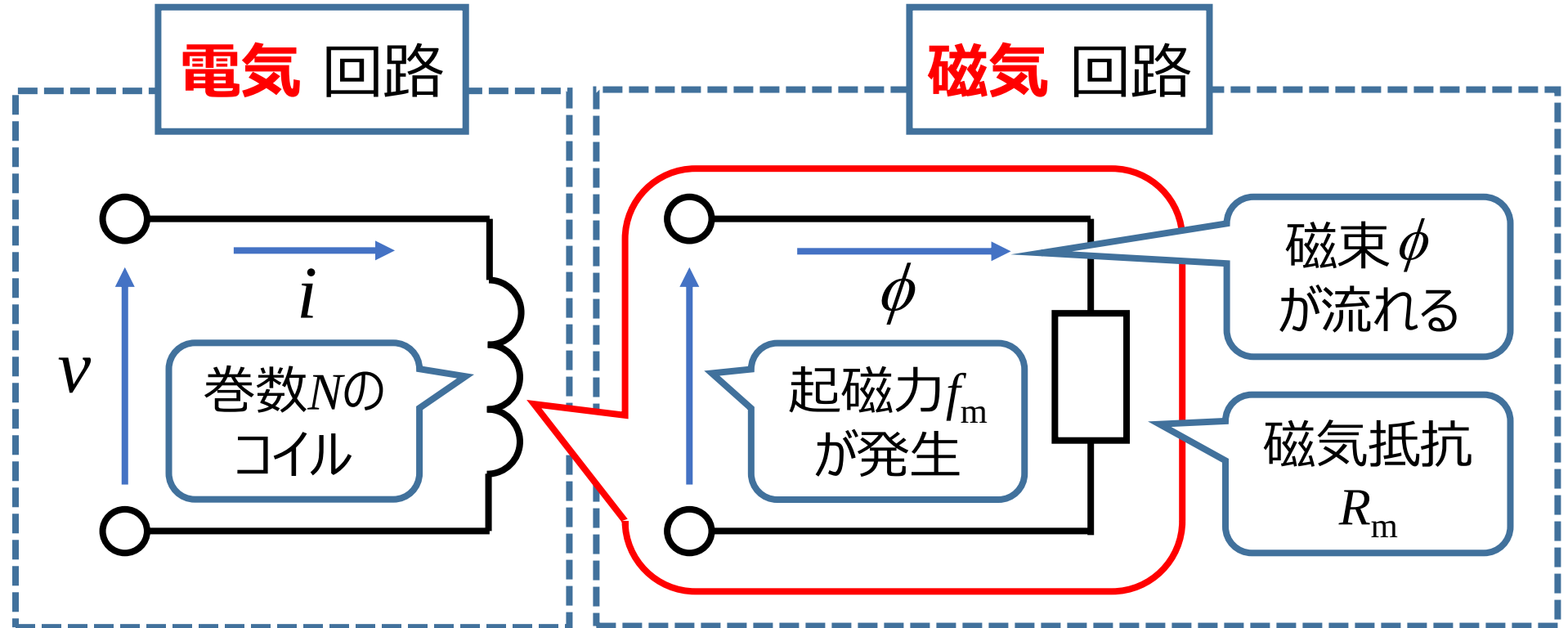
3



変圧器
インダクタの一種

- 磁気回路を構成する **鉄心（コア）**
- 鉄心に巻かれた複数の **コイル**

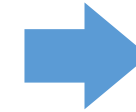
鉄心 → 空気
と置き換える



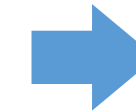
電気回路と磁気回路

4

- **巻数** N のコイルに **電流** i が流れると **起磁力** f_m が発生
- **起磁力** f_m が発生すると **磁束** ϕ が **磁気抵抗** R_m に流れる
- **磁束** ϕ : 1巻きのコイルを貫く磁力線の本数
- **磁束鎖交数** Φ : N 巻きのコイル全体を貫く磁力線の本数



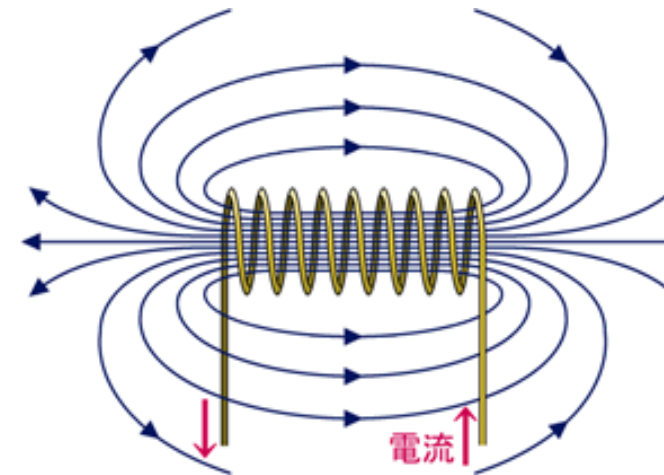
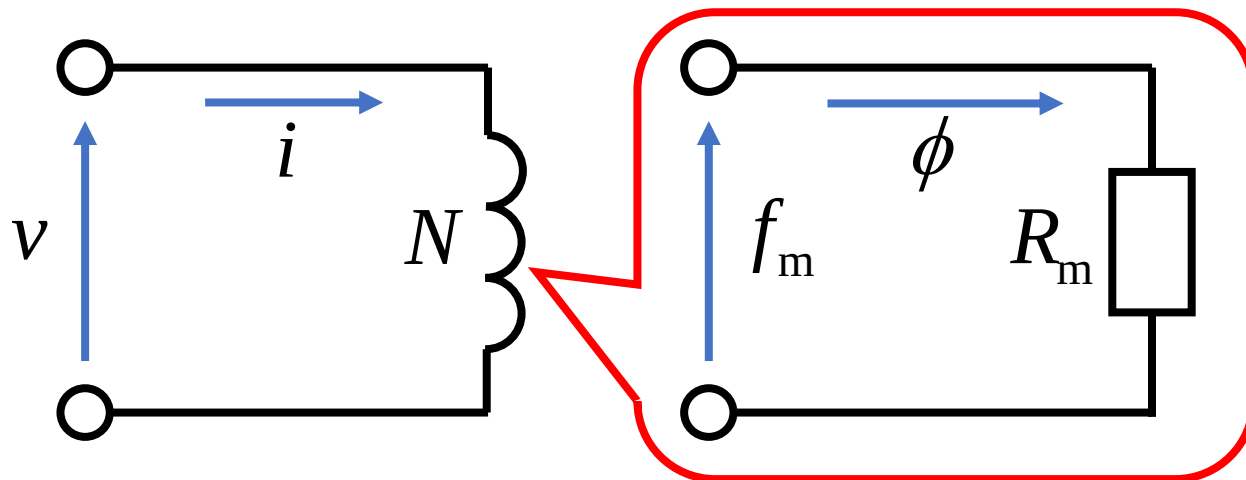
$$f_m = Ni$$



$$f_m = R_m \phi$$



$$\Phi = N\phi$$



<http://usahachiphysics.com/magnetic-field-coil>

自己インダクタンス L

5

$$f_m = Ni$$

$$f_m = R_m \phi$$

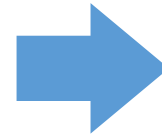
$$\Phi = N\phi$$

$$f_m = Ni = R_m \phi = R_m \frac{\Phi}{N} = R_m \frac{Li}{N}$$

$f_m = R_m \phi$: **ホプキンソン** の法則
(磁気回路における **オーム** の法則)

自己インダクタンス L :

磁束鎖交数 Φ と電流 i の **比例係数**



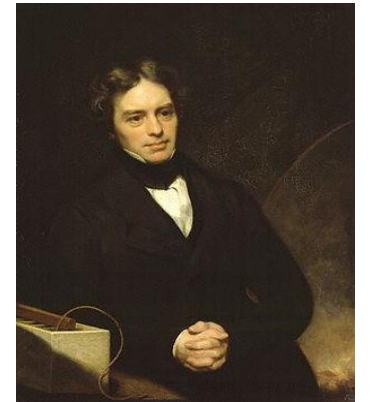
$$\Phi = Li$$

ファラデー の
電磁誘導の法則
(**符号** は無視)

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = N \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d\Phi(t)}{dt} [\text{V}]$$



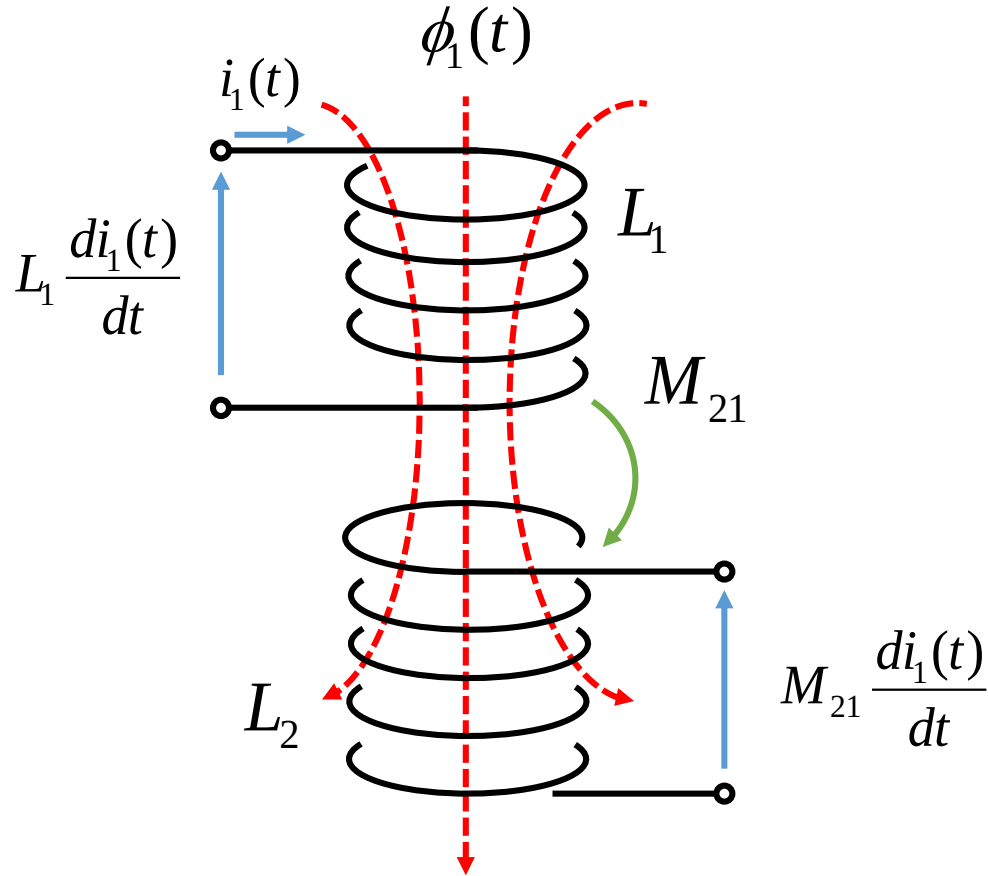
John Hopkinson
(1849~1898)



Michael Faraday
(1791~1867)

相互インダクタンス M_{21} (上 : コイル1, 下 : コイル2)

6



コイル **2** に電流 $i_2(t)$ を流すと
磁束 $\phi_2(t)$ が生じる

コイル 1 にコイル 2 を近接させ,
コイル **1** に電流 $i_1(t)$ を流す

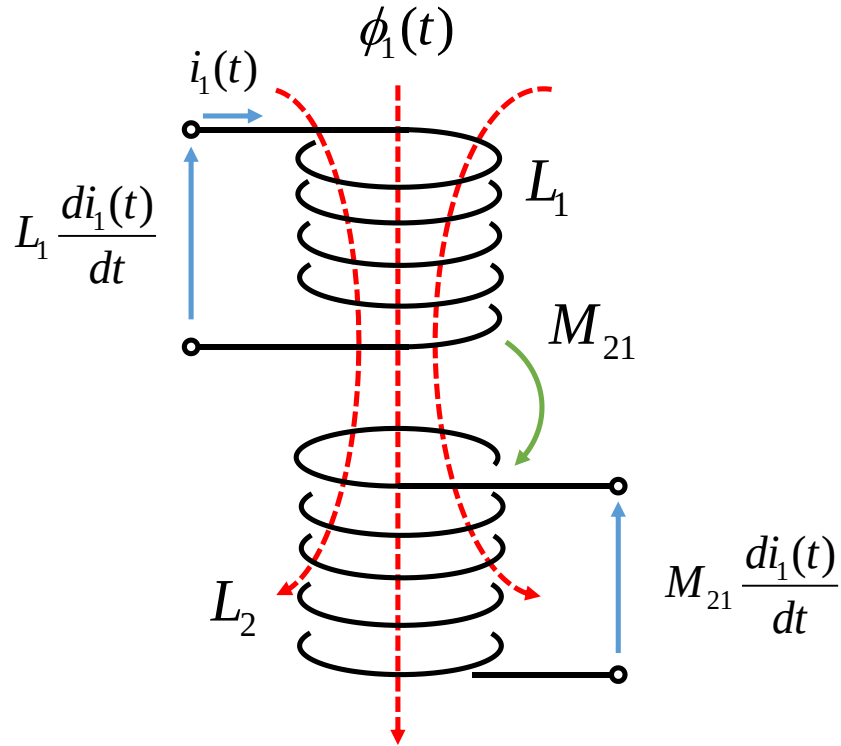
磁束 $\phi_1(t)$ がコイル **2** にも **一部** 鎖交する

磁束鎖交数 も電流 $i_1(t)$ に **比例** する

磁束鎖交数 $\phi_1(t)$, $\phi_{21}(t)$ が変化すると,
変化の速さに **比例** して変化を **妨げる**
方向に **誘導起電力** が生じる

相互インダクタンス M_{21} (上 : コイル1, 下 : コイル2)

7



コイル 1 にコイル 2 を近接させ、
コイル **1** に電流 $i_1(t)$ を流す

比例定数 を L_1 , M_{21} とすると
(M_{21} : **相互** インダクタンス)

$$\Phi_1(t) = L_1 i_1(t) [\text{Wb}] \quad \Phi_{21}(t) = M_{21} i_1(t) [\text{Wb}]$$

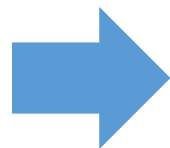
$$\begin{cases} \frac{d\Phi_2(t)}{dt} = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} [\text{V}] \rightarrow j\omega L_2 \dot{I}_2 [\text{V}] \\ \frac{d\Phi_{12}(t)}{dt} = M_{12} \frac{di_2(t)}{dt} [\text{V}] \rightarrow j\omega M_{12} \dot{I}_2 [\text{V}] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_1(t)}{dt} &= L_1 \frac{di_1(t)}{dt} [\text{V}] & \frac{d\Phi_{21}(t)}{dt} &= M_{21} \frac{di_1(t)}{dt} [\text{V}] \\ &\rightarrow j\omega L_1 \dot{I}_1 [\text{V}] & &\rightarrow j\omega M_{21} \dot{I}_1 [\text{V}] \end{aligned}$$

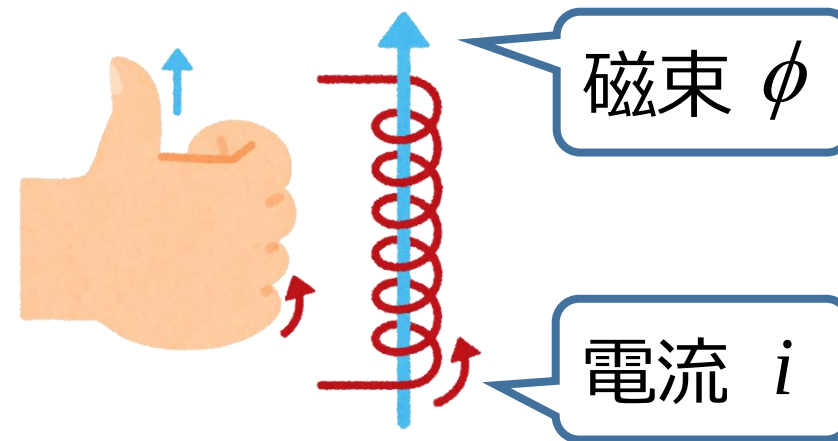
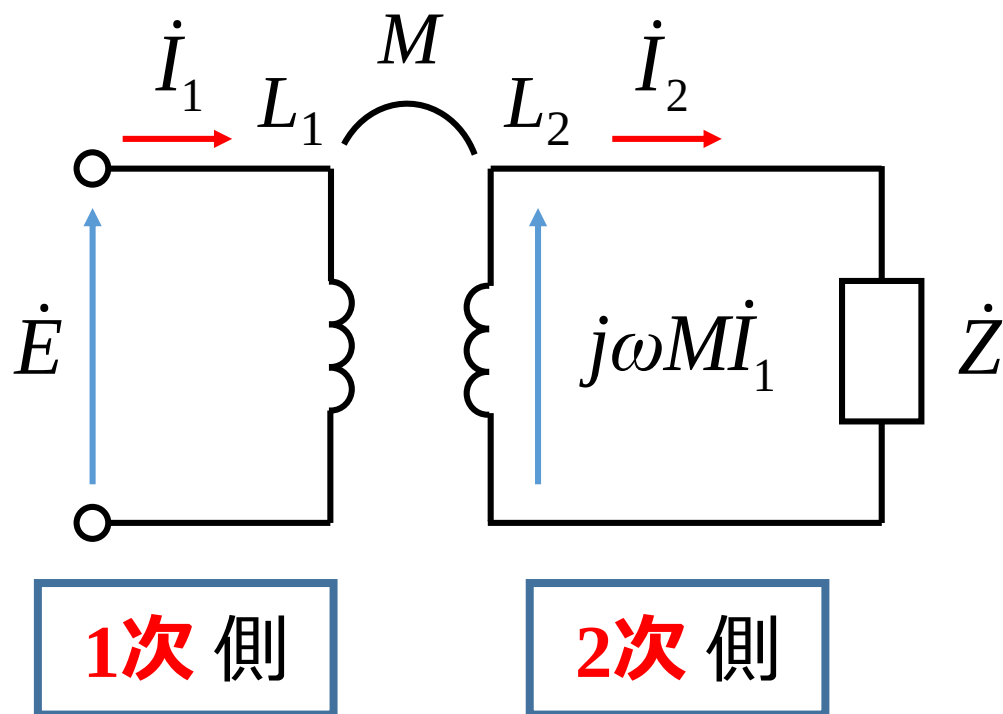
相互インダクタンス M と 電磁誘導結合回路

8

相互インダクタンス M_{21} と M_{12} は
常に **等しい**

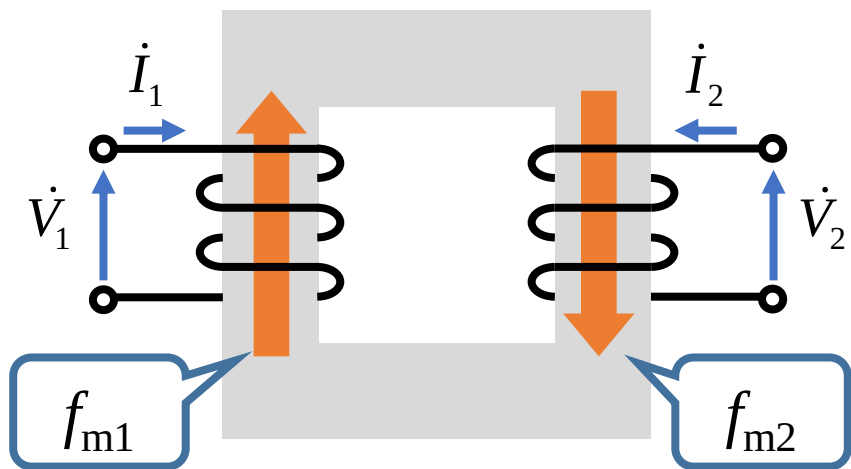


$$M_{21} = M_{12} \equiv M [\text{H}]$$

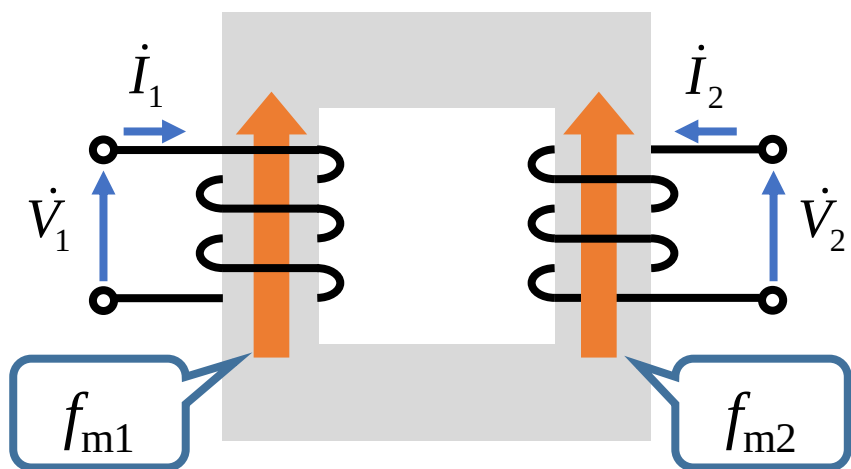
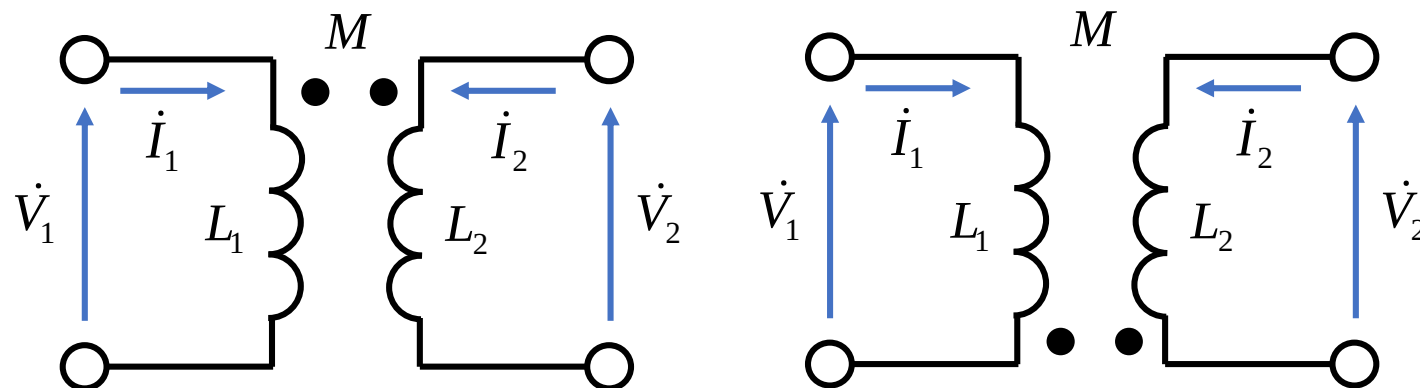


右ねじ の法則：電流と磁束の向きの関係
(**アンペール** の法則とも呼ばれる)
※電流と磁束を **逆** にしても **成立** する

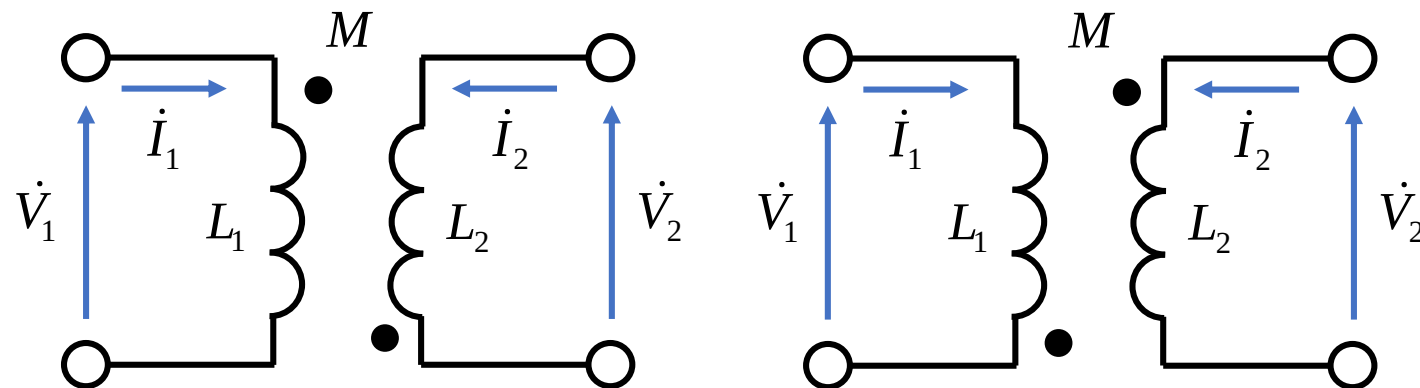
増磁方向（和動結合）と減磁方向（差動結合）

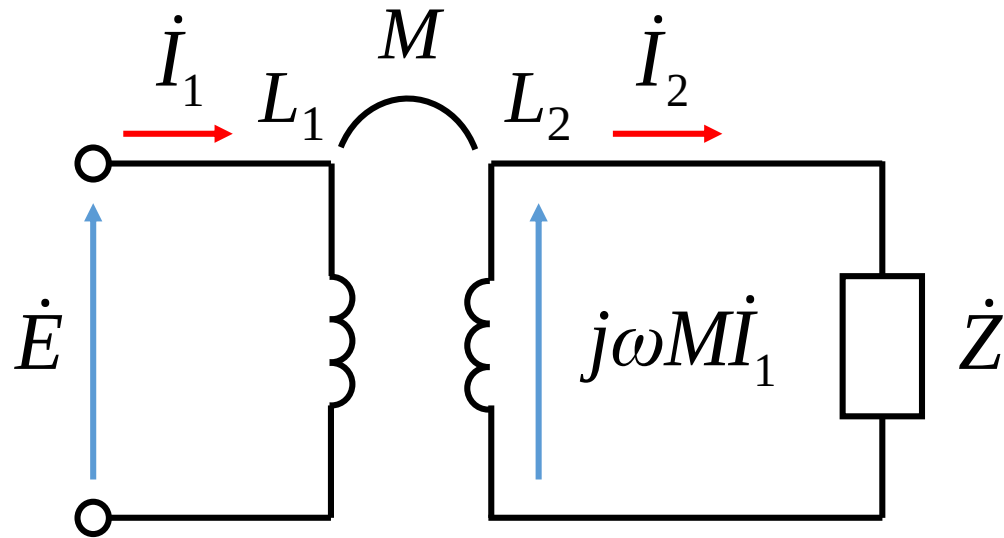


増磁 方向 ($M > 0$) : 磁束が **足し合わされる**



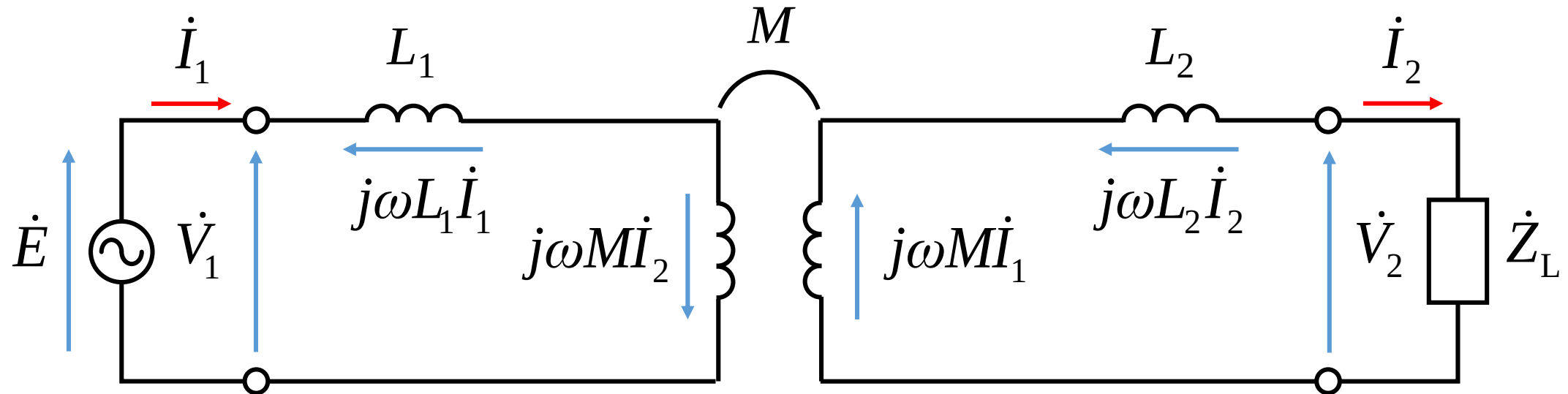
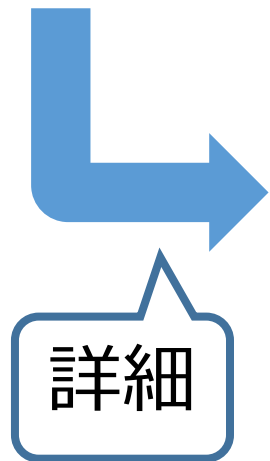
減磁 方向 ($M < 0$) : 磁束が **打ち消される**





電磁誘導結合 回路

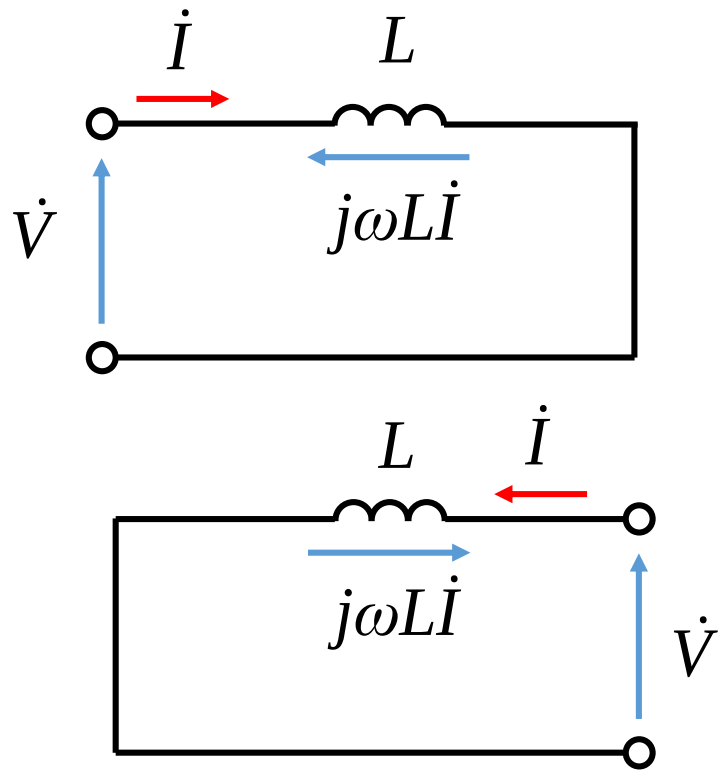
1次 側と **2次** 側は直接接続されていない
(**絶縁**) が磁束を介して結合されている
差動 結合のみ取り扱う (和動は用いない)



電流の流れの向きによる誘導起電力の向き

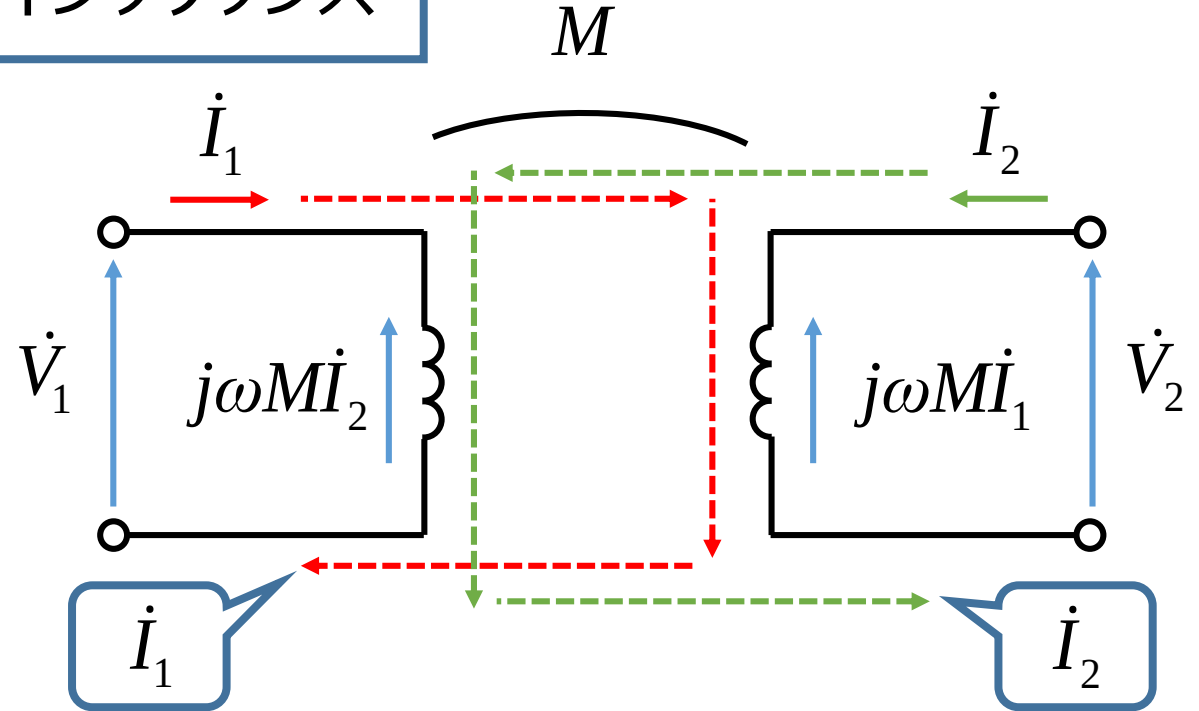
11

自己 インダクタンス



電流の向きと **逆** に生じる

相互 インダクタンス

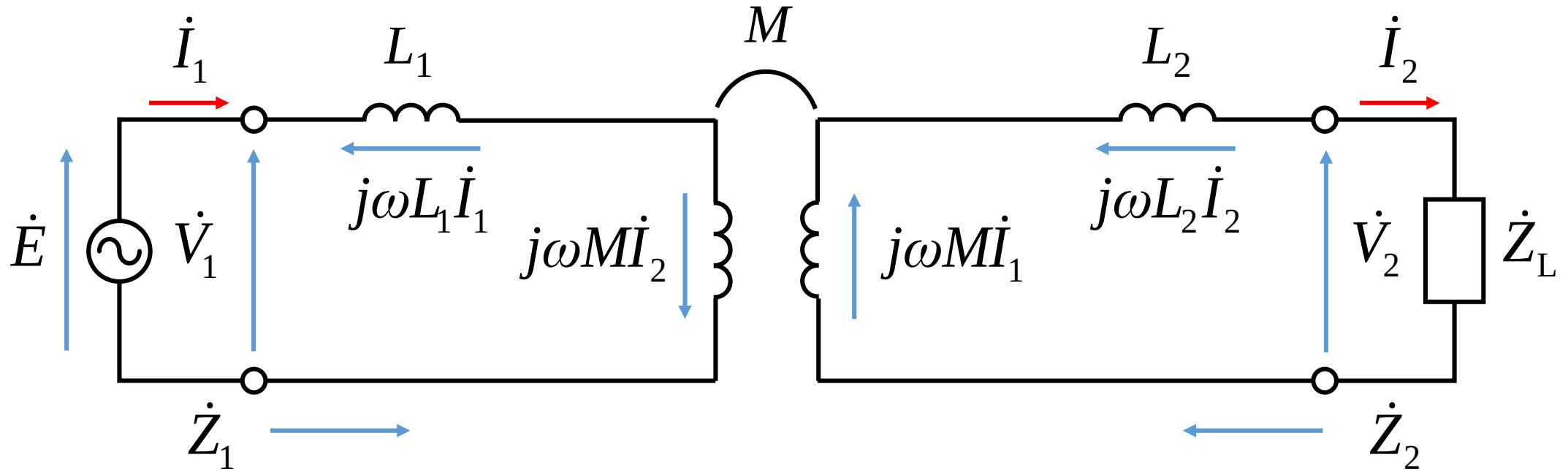


----- : **他の** 回路に影響を及ぼす電流

他の 回路に影響を及ぼす電流の向きと **逆** に生じる

電磁誘導結合回路の一般理論（１）

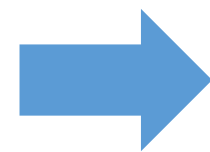
12



KVLより,

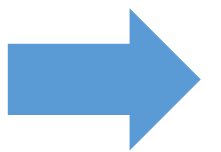
$$\begin{cases} \text{1 次回路} & \dot{E} = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \\ \text{2 次回路} & 0 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 + \dot{Z}_L \dot{I}_2 \end{cases}$$

下式より

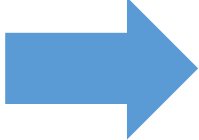


$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + \dot{Z}_L} \dot{I}_1$$

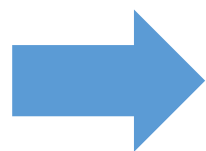
上式に代入



$$\dot{E} = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \cdot \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + \dot{Z}_L} \dot{I}_1 = \left(j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + \dot{Z}_L} \right) \dot{I}_1$$


$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + \dot{Z}_L}}$$

電源電圧と回路要素の定数
($\dot{E}$, ωL_1 , ωL_2 , ωM , $\dot{Z}_L$)
が与えられると, **1次** 側電流と
2次 側電流の両方を求めることができる



一次側から見たインピーダンス
(**入力** インピーダンス)

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{E}}{\dot{I}_1} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + \dot{Z}_L}$$

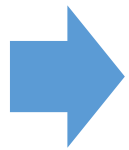
電磁誘導結合回路の特別な場合（1）

14

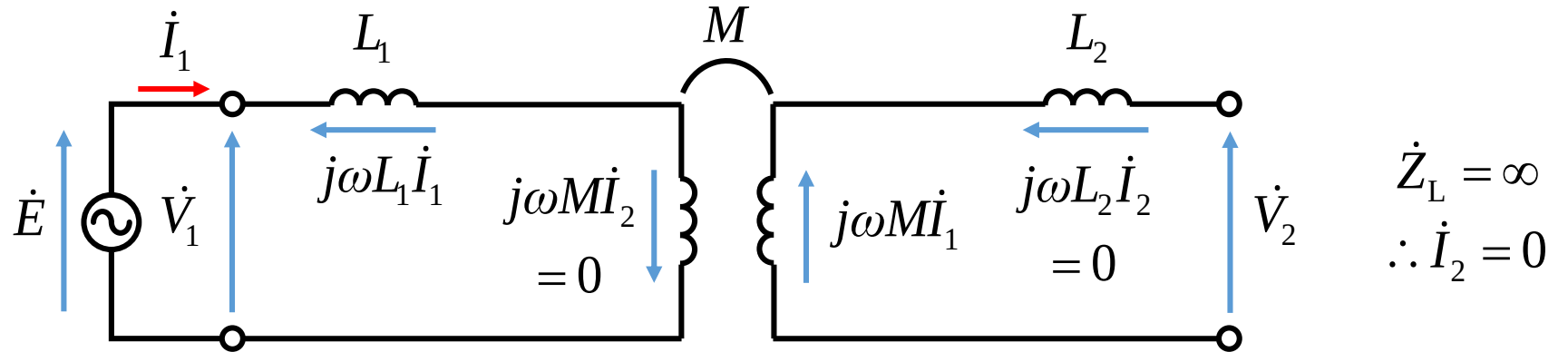
電磁誘導結合回路の特別な場合

- ① 2次側 **開放** ② 2次側 **短絡** ③ 1次2次 **直列**

① 2次側 **開放**



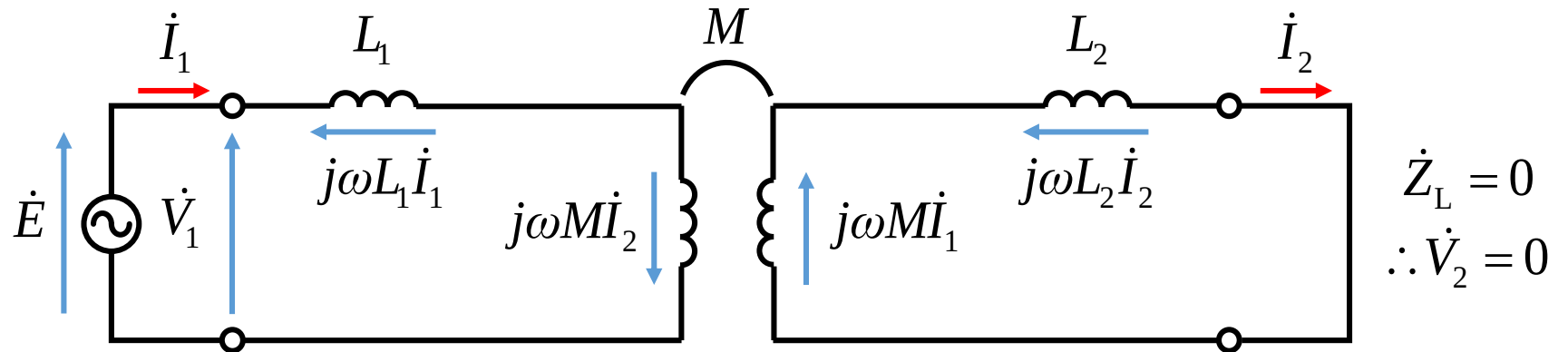
$$\dot{Z}_L = \infty$$



② 2次側 **短絡**



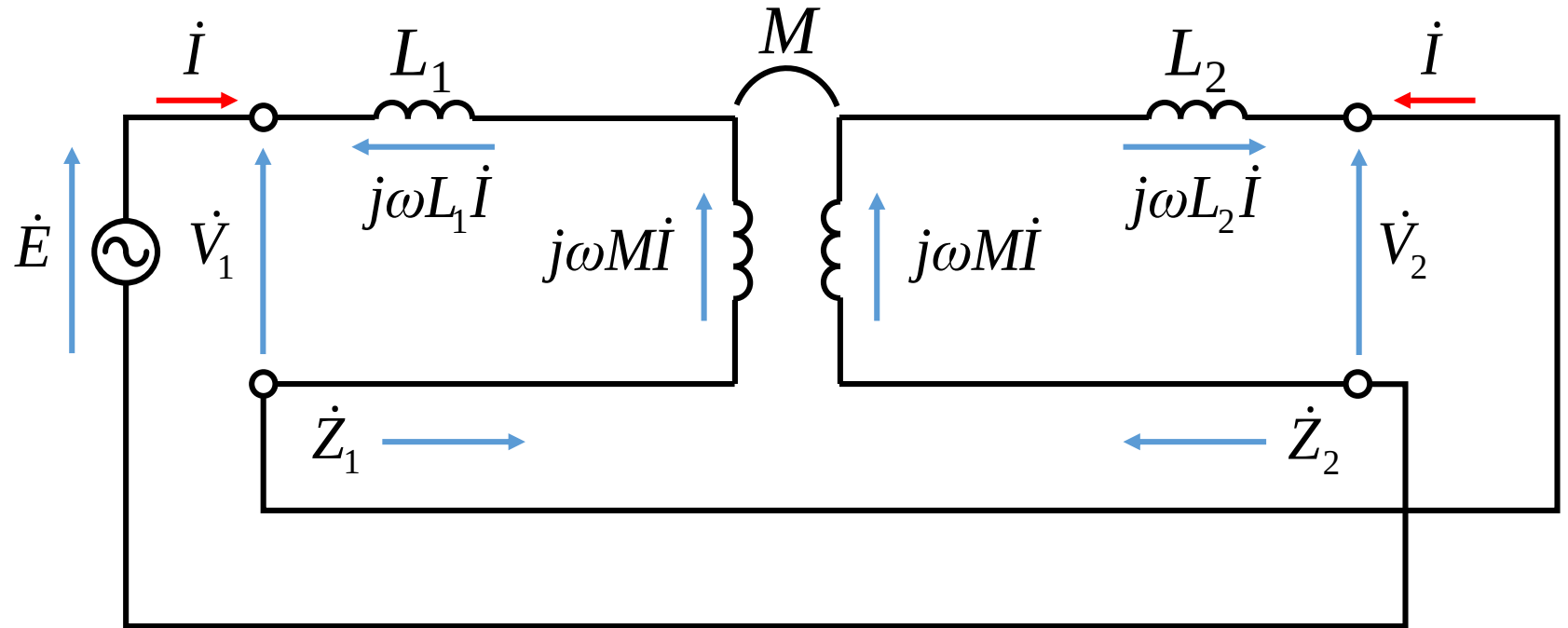
$$\dot{Z}_L = 0$$



電磁誘導結合回路の特別な場合（2）

15

1次2次 **直列** (a)



KVL より,

$$\dot{E} = j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I} + j\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} = j\omega (L_1 + L_2 + 2M) \dot{I}$$

L_e : **等価** 自己インダクタンス

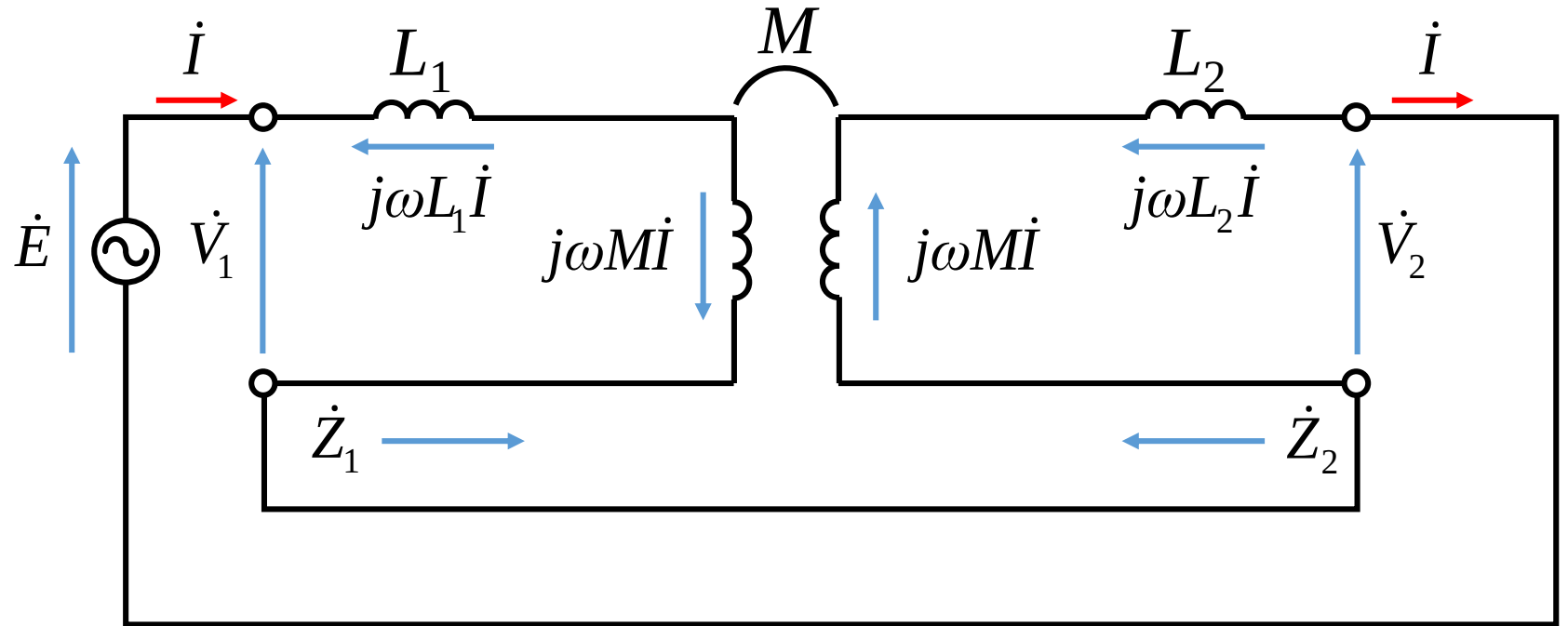
上式より, $\dot{I} = \frac{\dot{E}}{j\omega (L_1 + L_2 + 2M)} = -j \frac{\dot{E}}{\omega (L_1 + L_2 + 2M)}$

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{I}} = j\omega (L_1 + L_2 + 2M) = j\omega L_e$$

電磁誘導結合回路の特別な場合 (2)

16

1 次 2 次 **直列** (b)



KVL より,

$$\dot{E} = j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} - j\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} = j\omega (L_1 + L_2 - 2M) \dot{I}$$

L_e : **等価** 自己インダクタンス

上式より, $\dot{I} = \frac{\dot{E}}{j\omega (L_1 + L_2 - 2M)} = -j \frac{\dot{E}}{\omega (L_1 + L_2 - 2M)}$

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{I}} = j\omega (L_1 + L_2 - 2M) = j\omega L_e$$