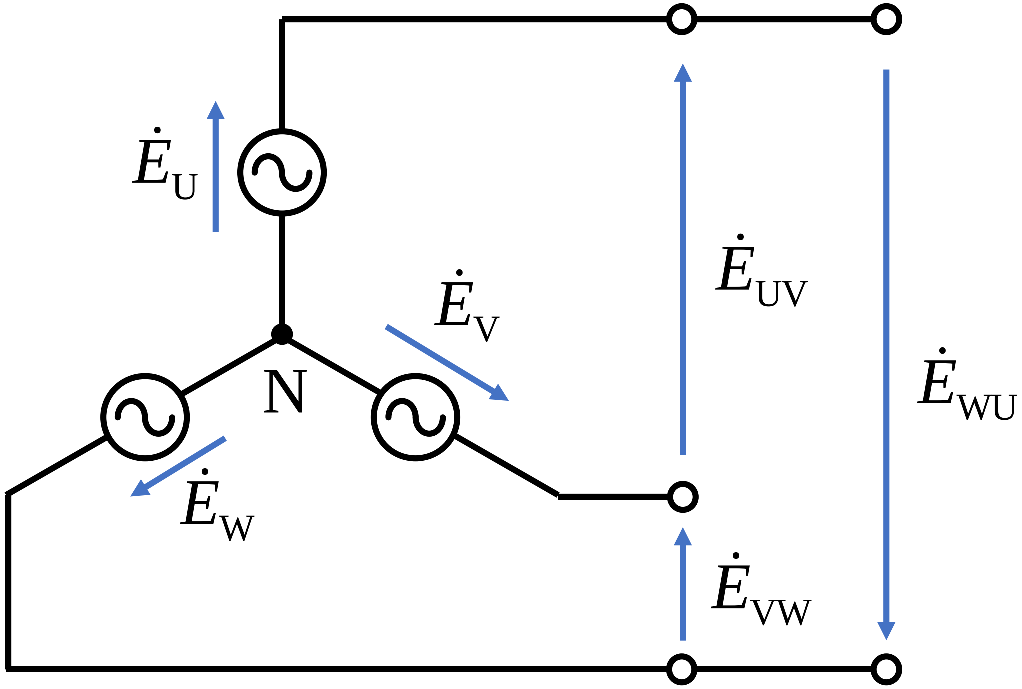
26. 対称三相交流回路（2）

26. Symmetrical Three-phase AC Circuit (2)

講義内容

1. ベクトルオペレータ
2. 三相負荷インピーダンスのY-Δ変換
3. Y-Y,結線, Y-Δ結線, Δ-Y結線, Δ-Δ結線

三相電圧（起電力）の記号式



直交 座標表示 (rectangular form)

$$\dot{E}_{\mathrm{U}} = \left(\cos 0 - j\sin 0\right)E = E$$

$$\dot{E}_{\mathrm{V}} = \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3}\right)E = \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)E$$

$$\dot{E}_{\mathrm{W}} = \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j\sin\frac{4\pi}{3}\right)E = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)E$$

極 座標表示 (polar form)

$$= Ee^{-j0} = E\angle 0^\circ$$

$$= Ee^{-j\frac{2\pi}{3}} = E\angle -120^\circ$$

$$= Ee^{-j\frac{4\pi}{3}} = E\angle -240^\circ$$

三相交流回路では更に簡単にするために
ベクトルオペレータ を用いる場合もある

ベクトルオペレータ a

$e^{j\frac{2\pi}{3}}$ の代わりに
ベクトルオペレータa を用いる

※ **符号** に注意！(+ 120deg進ませるのがa)

$$\begin{cases} a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\dfrac{2\pi}{3} + j\sin\dfrac{2\pi}{3} = -\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2 = \left(-\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\dfrac{1}{2} - j\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

ベクトルオペレータ を用いると
対称三相電圧は次式で表される

$$\begin{cases} \dot{E}_{\mathrm{U}} = Ee^{-j0} & = E\angle 0^\circ & = E \\ \dot{E}_{\mathrm{V}} = Ee^{-j\frac{2\pi}{3}} & = E\angle -\dfrac{2\pi}{3} & = a^2E \\ \dot{E}_{\mathrm{W}} = Ee^{-j\frac{4\pi}{3}} & = E\angle \dfrac{2\pi}{3} & = aE \end{cases}$$

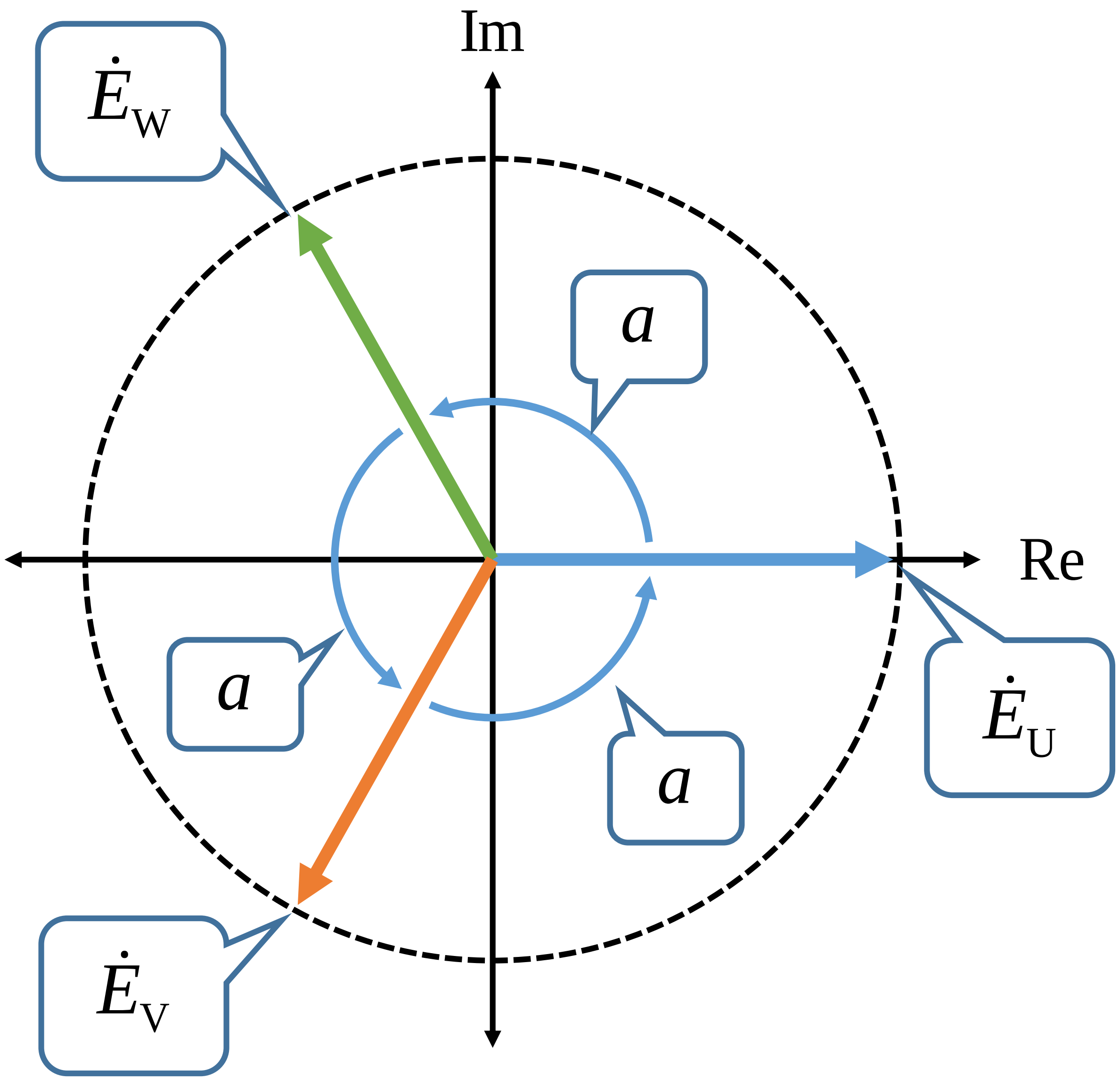
ベクトルオペレータ には
次のような関係がある

$$\begin{cases} a^3 = 1 \\ a^2 = \dfrac{a^2}{1} = \dfrac{a^2}{a^3} = a^{-1} \\ 1 + a + a^2 = 0 \end{cases}$$

∴対称三相電圧の和は

$$\dot{E}_{\mathrm{U}} + \dot{E}_{\mathrm{V}} + \dot{E}_{\mathrm{W}} = E + a^2E + aE = \left(1 + a + a^2\right)E = 0$$

ベクトルオペレータの関係式の考え方



$$a^3 = 1$$

乗算 (×)は角度計算では **加算** (+)

$$120° + 120° + 120° = 360° = 0°$$

$$a^2 = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

除算 (÷)は角度計算では **減算** (−)

$$240° = -120°$$

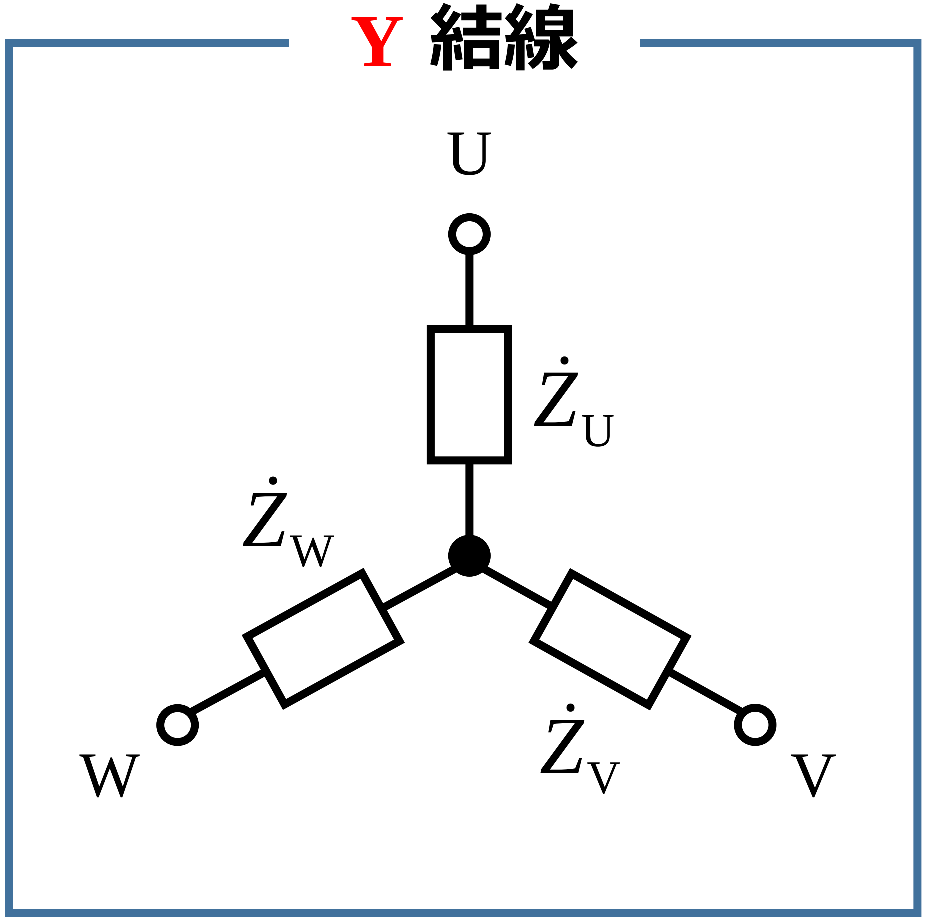
$$1 + a + a^2 = 0$$

$$1 + a + a^2 = a^3 + a + a^2 = a(1 + a + a^2)$$

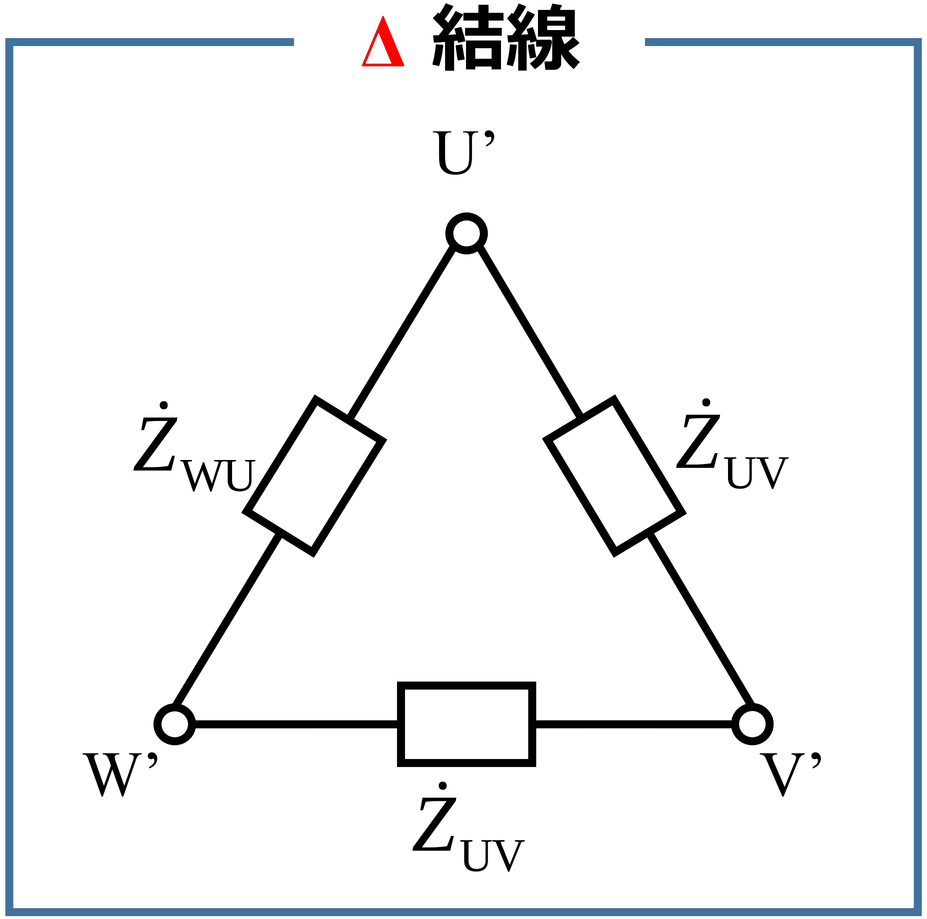
より，この式を満たすには合計が **ゼロ**

⇒ 合成ベクトルが **ゼロ** となる

三相負荷インピーダンスのY-Δ変換



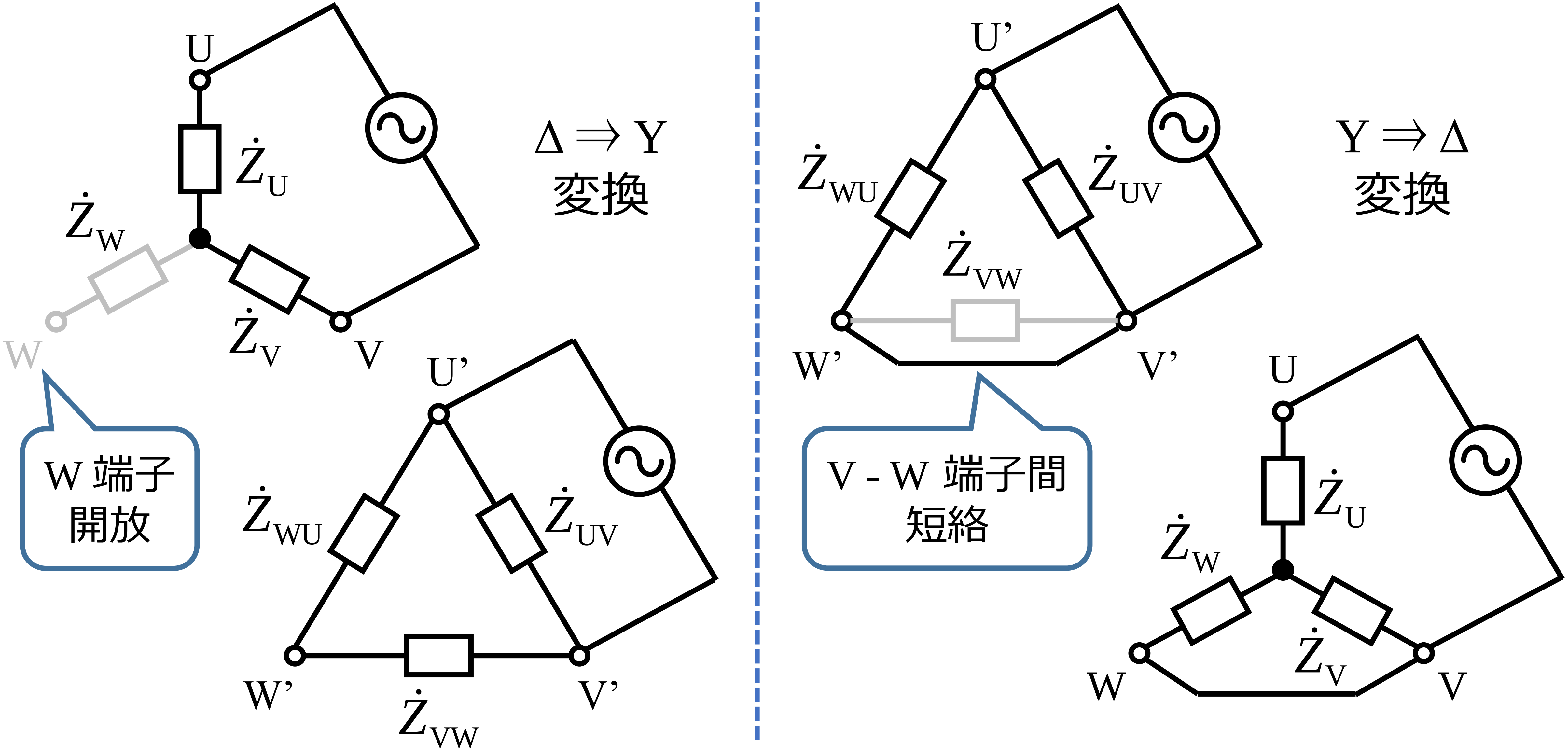
等価 に
変形



U – V ⇔ U’ – V’， V – W ⇔ V’ – W’， W – U ⇔ W’ – U’

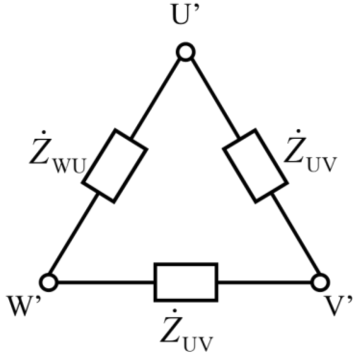
各 **端子** 間の **インピーダンス** が **等価** になるように変形を行う

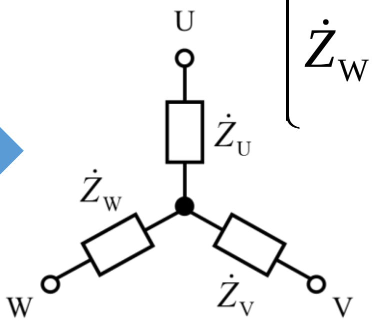
Y-Δ 変換の手順（詳細は第3回講義資料）



Y-Δ 変換のまとめ

Δ ⇒ Y変換

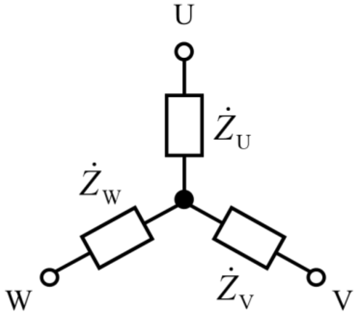


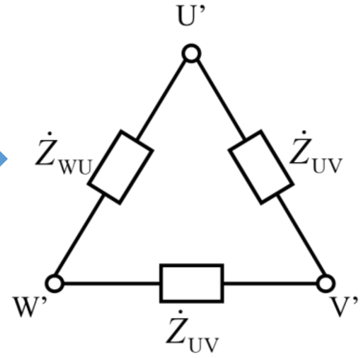


$$
\begin{cases}
\dot{Z}_{\mathrm{U}} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{UV}}\dot{Z}_{\mathrm{WU}}}{\dot{Z}_{\mathrm{UV}} + \dot{Z}_{\mathrm{VW}} + \dot{Z}_{\mathrm{WU}}} \\[2ex]
\dot{Z}_{\mathrm{V}} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{VW}}\dot{Z}_{\mathrm{UV}}}{\dot{Z}_{\mathrm{UV}} + \dot{Z}_{\mathrm{VW}} + \dot{Z}_{\mathrm{WU}}} \\[2ex]
\dot{Z}_{\mathrm{W}} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{WU}}\dot{Z}_{\mathrm{VW}}}{\dot{Z}_{\mathrm{UV}} + \dot{Z}_{\mathrm{VW}} + \dot{Z}_{\mathrm{WU}}}
\end{cases}
$$

分母 が共通

Y ⇒ Δ変換





$$
\begin{cases}
\dot{Z}_{\mathrm{UV}} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{U}}\dot{Z}_{\mathrm{V}} + \dot{Z}_{\mathrm{V}}\dot{Z}_{\mathrm{W}} + \dot{Z}_{\mathrm{W}}\dot{Z}_{\mathrm{U}}}{\dot{Z}_{\mathrm{W}}} \\[2ex]
\dot{Z}_{\mathrm{VW}} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{U}}\dot{Z}_{\mathrm{V}} + \dot{Z}_{\mathrm{V}}\dot{Z}_{\mathrm{W}} + \dot{Z}_{\mathrm{W}}\dot{Z}_{\mathrm{U}}}{\dot{Z}_{\mathrm{U}}} \\[2ex]
\dot{Z}_{\mathrm{WU}} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{U}}\dot{Z}_{\mathrm{V}} + \dot{Z}_{\mathrm{V}}\dot{Z}_{\mathrm{W}} + \dot{Z}_{\mathrm{W}}\dot{Z}_{\mathrm{U}}}{\dot{Z}_{\mathrm{V}}}
\end{cases}
$$

分子 が共通

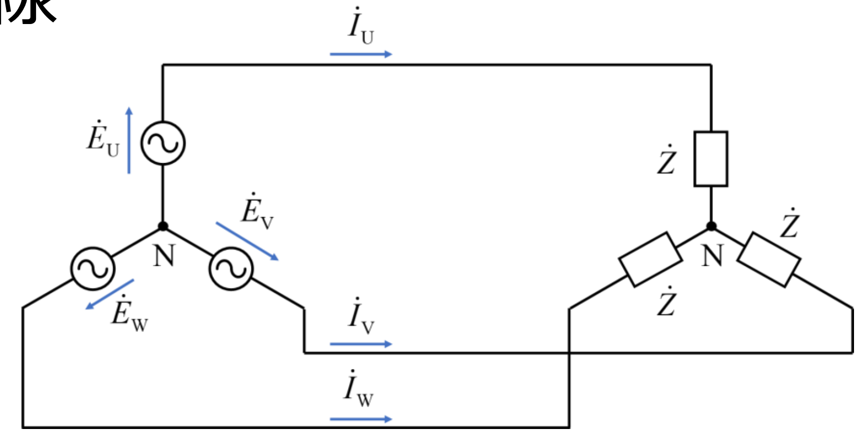
各相のインピーダンスが
等しい（**平衡負荷**）の場合

$$
\begin{cases}
\dot{Z}_{\mathrm{U}} = \dot{Z}_{\mathrm{V}} = \dot{Z}_{\mathrm{W}} = \dot{Z} \\
\dot{Z}_{\mathrm{UV}} = \dot{Z}_{\mathrm{VW}} = \dot{Z}_{\mathrm{WU}} = \dot{Z}_{\mathrm{r}}
\end{cases}
$$

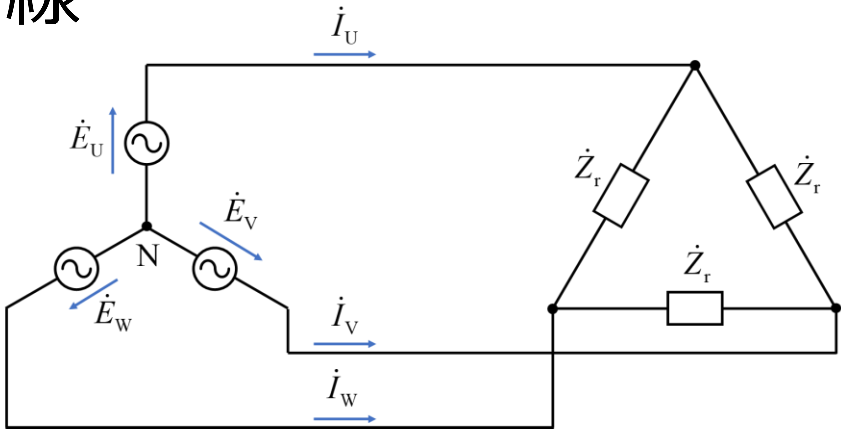
$\dot{Z} = \dfrac{\dot{Z}_{\mathrm{r}}}{3}$ または $\dot{Z}_{\mathrm{r}} = 3\dot{Z}$

各種結線（対称三相交流電源及び対象三相負荷）

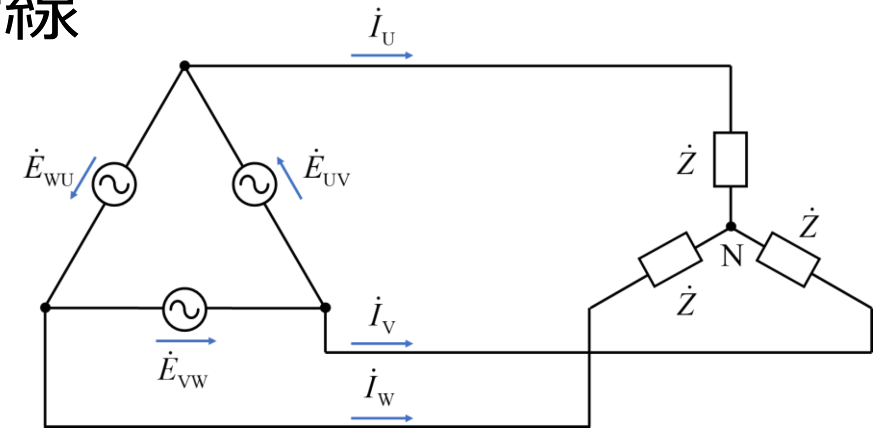
Y-Y 結線



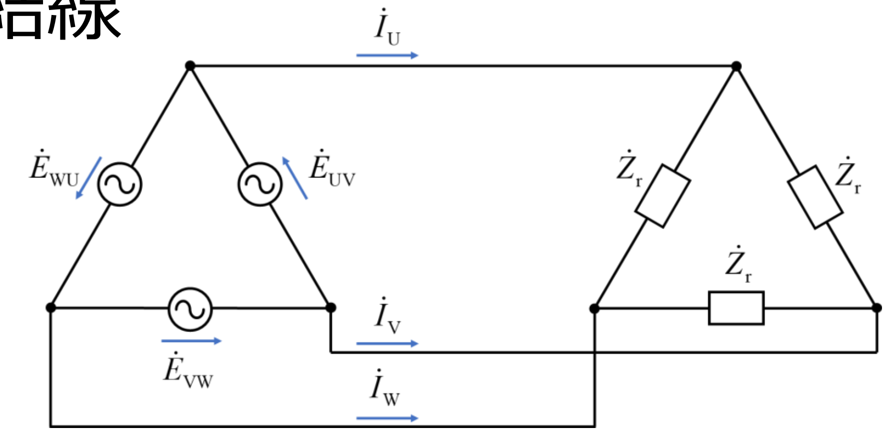
Y-Δ 結線



Δ-Y 結線

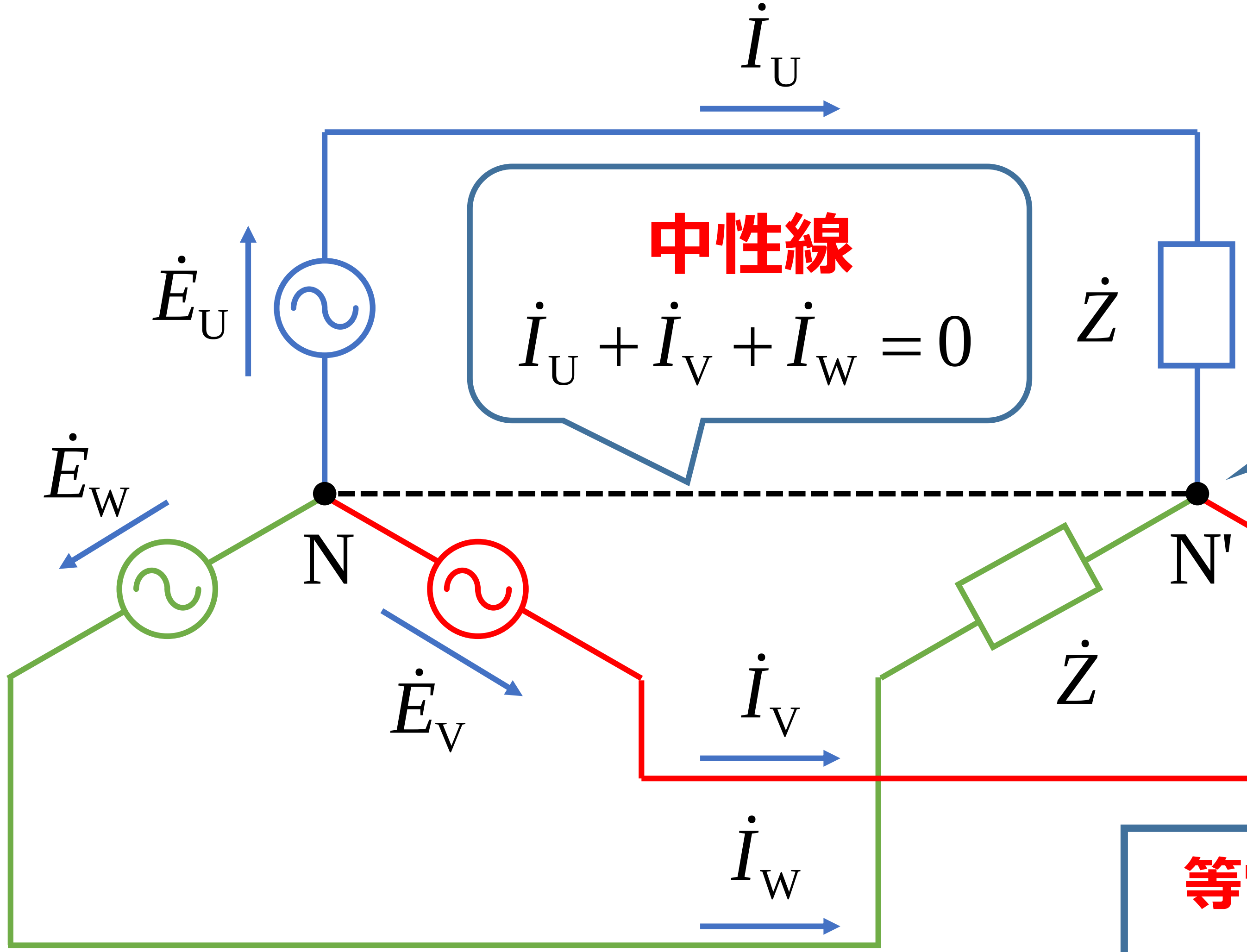


Δ-Δ 結線



回路計算を行う場合は **Y-Y** 結線又は **Δ-Δ** 結線に変換する！

対称三相Y-Y結線交流回路

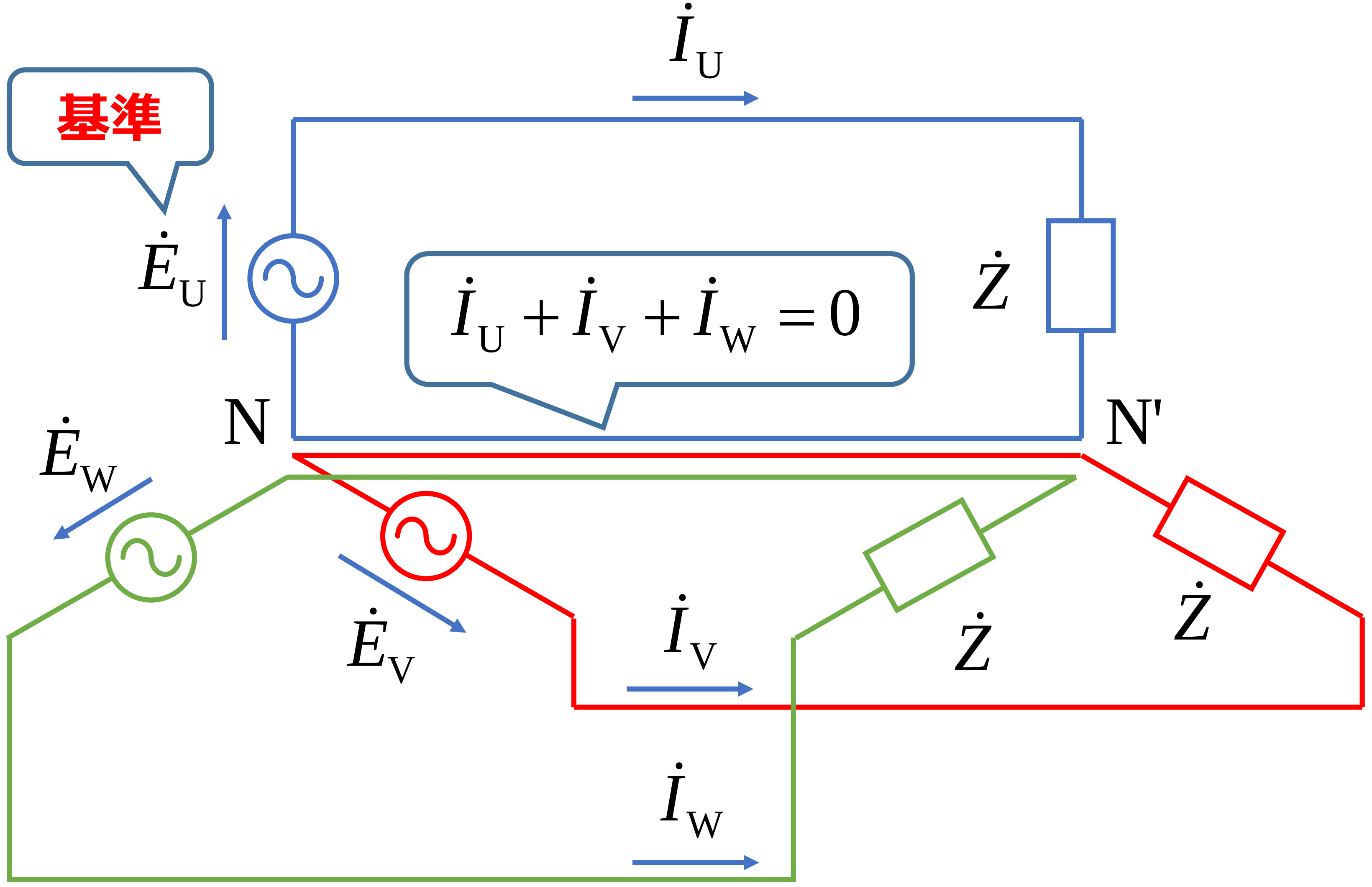


平衡 負荷に **対称** 三相交流電圧を印加した場合，負荷にも **対称** 三相交流電圧が発生

電源と負荷の **中性点** の電圧は **ゼロ** となる

等電位 であれば電流は **流れない** ため **中性点** 同士を繋げても問題ない

対称三相Y-Y結線交流回路



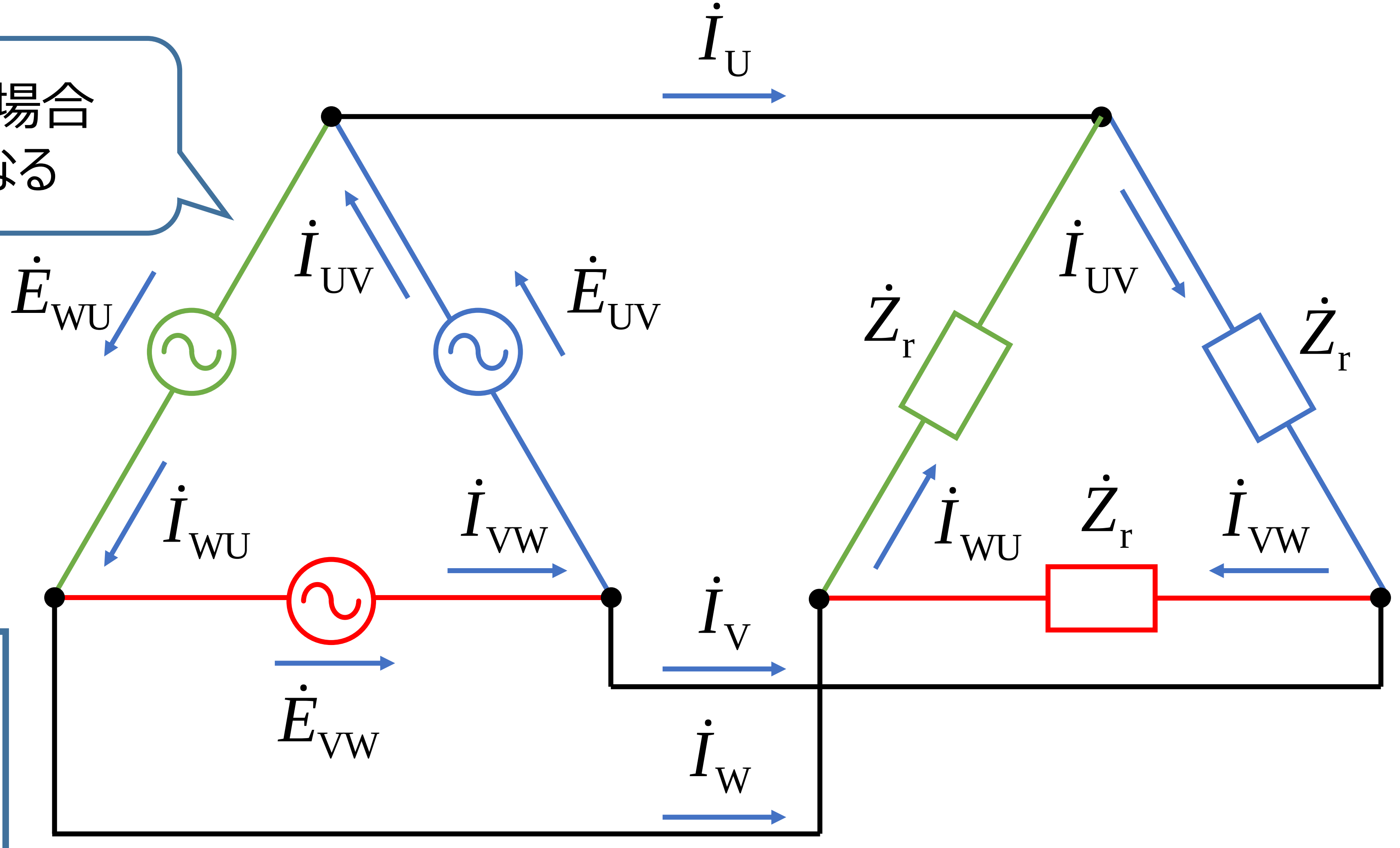
$$
\begin{cases}
\dot{I}_\mathrm{U}=\dfrac{\dot{E}_\mathrm{U}}{\dot{Z}}=\dfrac{E\angle 0^\circ}{Z\angle\theta_\mathrm{Z}} \\
\quad=\dfrac{E}{Z}\angle-\theta_\mathrm{Z}=I\angle-\theta_\mathrm{Z} \\
\dot{I}_\mathrm{V}=\dfrac{\dot{E}_\mathrm{V}}{\dot{Z}}=\dfrac{E\angle-120^\circ}{Z\angle\theta_\mathrm{Z}} \\
\quad=\dfrac{E}{Z}\angle(-120^\circ-\theta_\mathrm{Z}) \\
\dot{I}_\mathrm{W}=\dfrac{\dot{E}_\mathrm{W}}{\dot{Z}}=\dfrac{E\angle 120^\circ}{Z\angle\theta_\mathrm{Z}} \\
\quad=\dfrac{E}{Z}\angle(120^\circ-\theta_\mathrm{Z})
\end{cases}
$$

対称三相Δ-Δ結線交流回路

対称 三相交流電圧の場合
環状 電流は **ゼロ** となる

平衡 負荷に流れる
環状 電流も **ゼロ** となる

環状 電流が流れないため
それぞれ **独立** した回路に
分離 することができる



対称三相Δ-Δ結線交流回路

$$
\begin{cases}
\dot{I}_{UV} = \dfrac{\dot{E}_{UV}}{\dot{Z}_r} = \dfrac{E_r\angle 30^\circ}{Z_r\angle\theta_{Zr}} \\
\quad = I\angle(30^\circ - \theta_{Zr}) \\
\dot{I}_{VW} = \dfrac{\dot{E}_{VW}}{\dot{Z}_r} = \dfrac{E_r\angle -90^\circ}{Z_r\angle\theta_{Zr}} \\
\quad = I\angle(-90^\circ - \theta_{Zr}) \\
\dot{I}_{WU} = \dfrac{\dot{E}_{WU}}{\dot{Z}_r} = \dfrac{E_r\angle 150^\circ}{Z_r\angle\theta_{Zr}} \\
\quad = I\angle(150^\circ - \theta_{Zr})
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\dot{I}_U = \dot{I}_{UV} - \dot{I}_{WU} \\
\dot{I}_V = \dot{I}_{VW} - \dot{I}_{UV} \\
\dot{I}_W = \dot{I}_{WU} - \dot{I}_{VW}
\end{cases}
$$