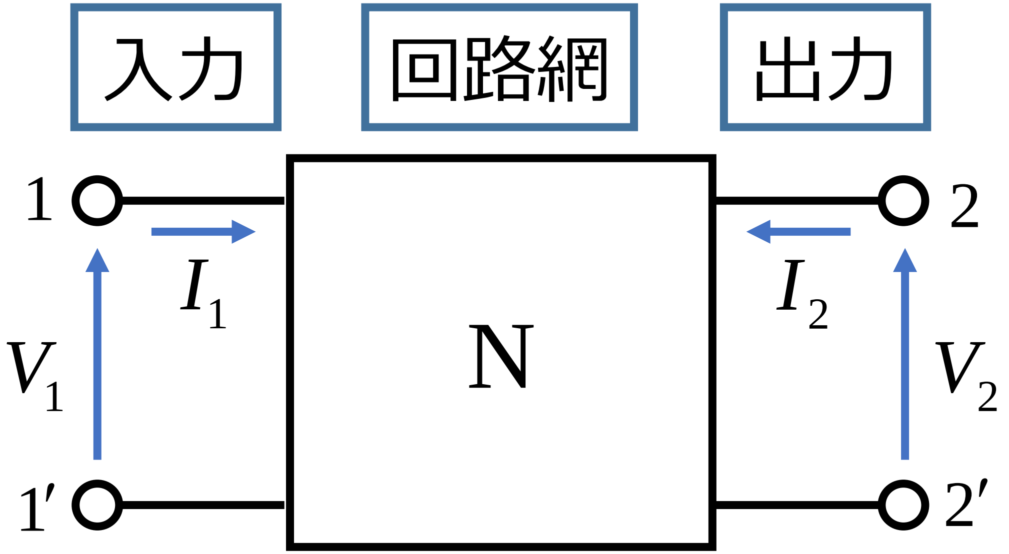
２．2端子対回路 –Z 行列–

2. Two-Terminal Pair Circuit - Z matrix -

講義内容

1．2端子対回路とは？
2．回路の行列（マトリクス）表示
3．Z 行列及び Z 行列の直列接続

2端子対回路のあらまし



電気回路を考える場合，
入力 側と **出力** 側を **区別** すると都合が良い

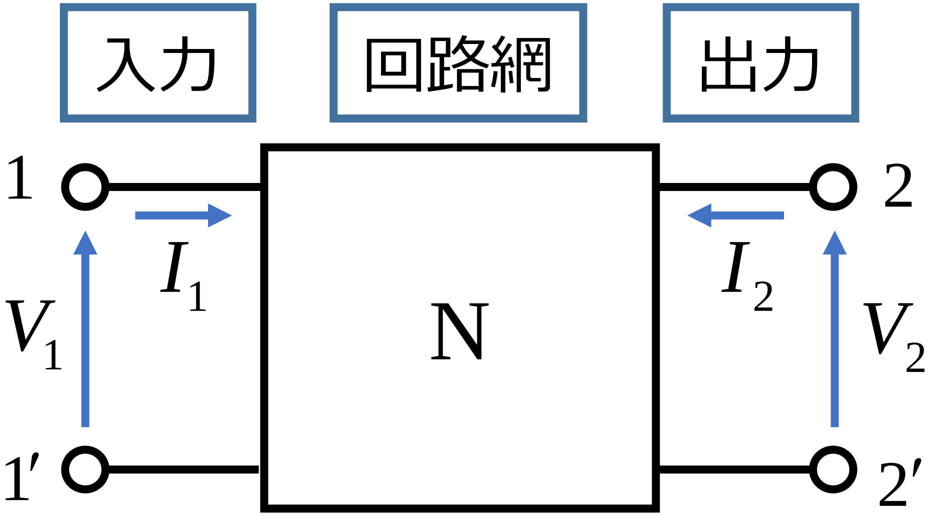
⇒ **2端子対** 回路（ **4端子** 回路）

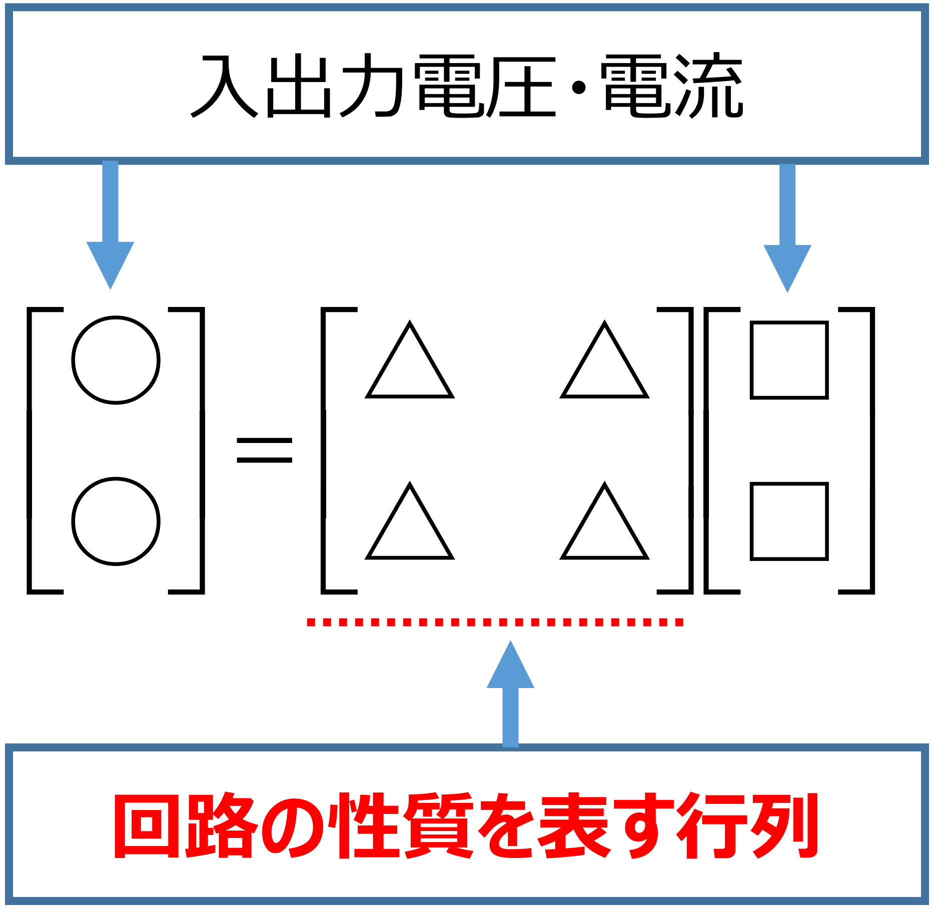
2端子対回路の定義

- 内部に **電源** を含まない。(トランジスタの直流電源は含む)
- **線形** であって **重ね合わせの理** が成立する。
- 入力の1端子から流入した電流は入力の他端子から流出する。
  出力も同様。

2端子対回路の表示方法

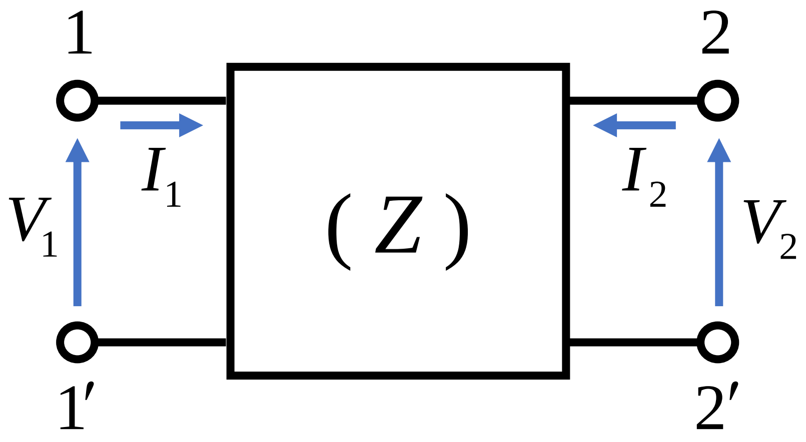
入出力電圧と電流の関係を
2×2の行列（マトリクス）で表示
※5種類の表示形式（Z,Y,G,H,F）





行列 から **回路特性** を知ることができる！

z 行列（ z マトリクス ）



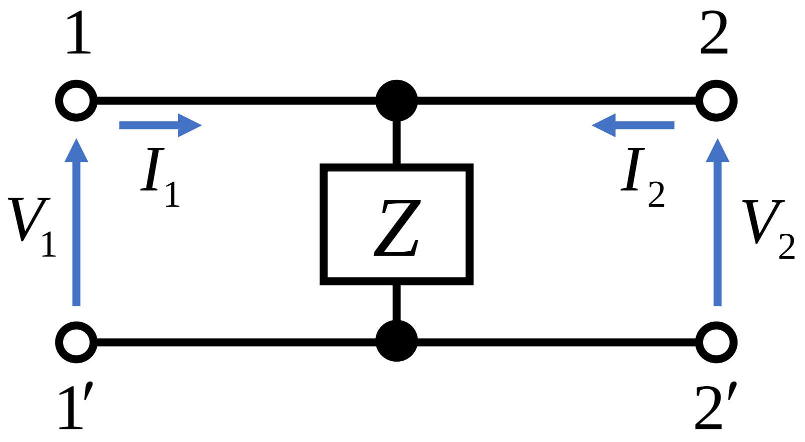
$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

この行列を z 行列，各要素を z パラメータと呼ぶ

各 z パラメータの物理的な意味

z_{11}：端子2を開放し，端子1から見込んだインピーダンス
z_{12}：端子1を開放したときの開放端電圧と端子2の流入電流との比
z_{21}：端子2を開放したときの開放端電圧と端子1の流入電流との比
z_{22}：端子1を開放し，端子2から見込んだインピーダンス

例：Z 行列を求める



電圧V_1と電流 I_1, I_2 の関係は,

$$V_1 = Z(I_1 + I_2) = ZI_1 + ZI_2$$

電圧V_2と電流 I_1, I_2 の関係は,

$$V_2 = Z(I_1 + I_2) = ZI_1 + ZI_2$$

以上より,

$$\begin{cases} V_1 = ZI_1 + ZI_2 \\ V_2 = ZI_1 + ZI_2 \end{cases}$$

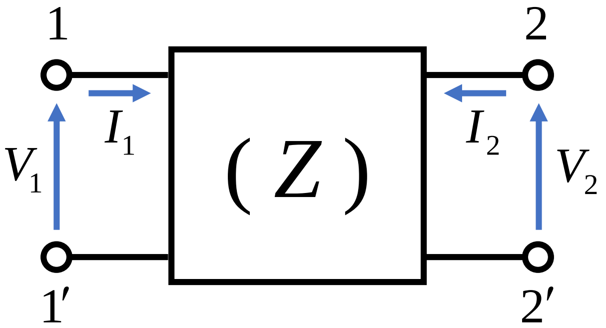
行列形式で表現すると,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

よって,
Z 行列は

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix}$$

少々複雑な回路の場合



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 & ① \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 & ② \end{cases}$$

式①で，$I_2 = 0$ としてV_1をI_1で割る ⇒ $\mathbf{z_{11}}$ が求まる　　$z_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$

端子 **2** を **開放**

式①で，$I_1 = 0$ としてV_1をI_2で割る ⇒ $\mathbf{z_{12}}$ が求まる　　$z_{12} = \left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$

端子 **1** を **開放**

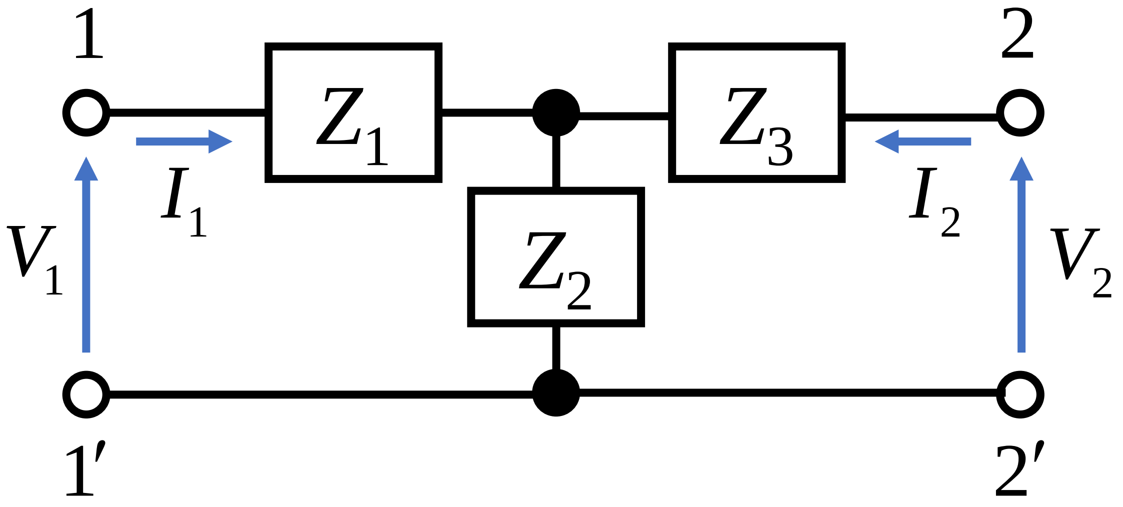
式②で，$I_2 = 0$ としてV_2をI_1で割る ⇒ $\mathbf{z_{21}}$ が求まる　　$z_{21} = \left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$

端子 **2** を **開放**

式②で，$I_1 = 0$ としてV_2をI_2で割る ⇒ $\mathbf{z_{22}}$ が求まる　　$z_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$

端子 **1** を **開放**

例：z 行列を求める



z パラメータの定義より

$$\begin{cases} z_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_1 + Z_2 \\ z_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_2 + Z_3 \end{cases}$$

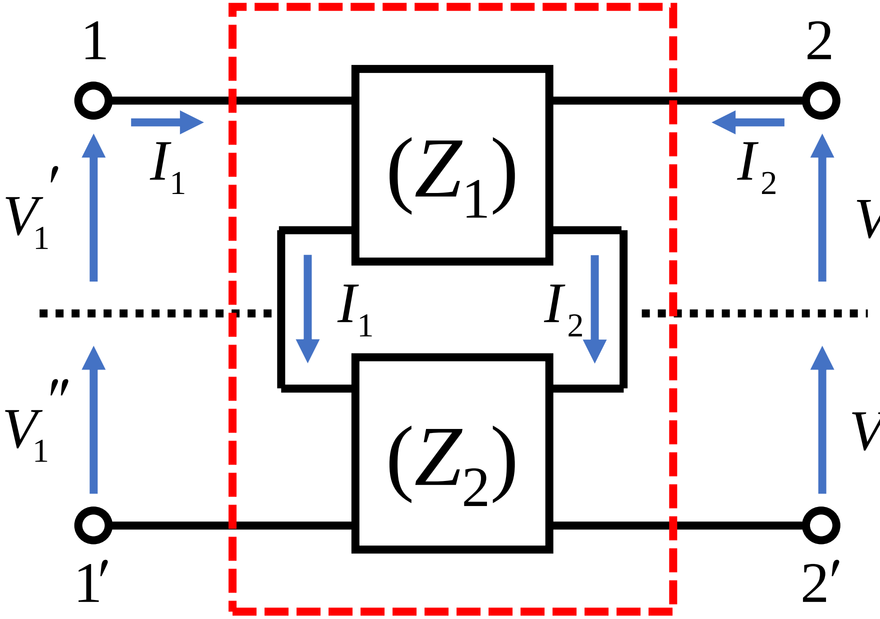
$$\begin{cases} z_{12} = \left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \left.\dfrac{Z_2 I_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_2 \\ z_{21} = \left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \left.\dfrac{Z_2 I_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_2 \end{cases}$$

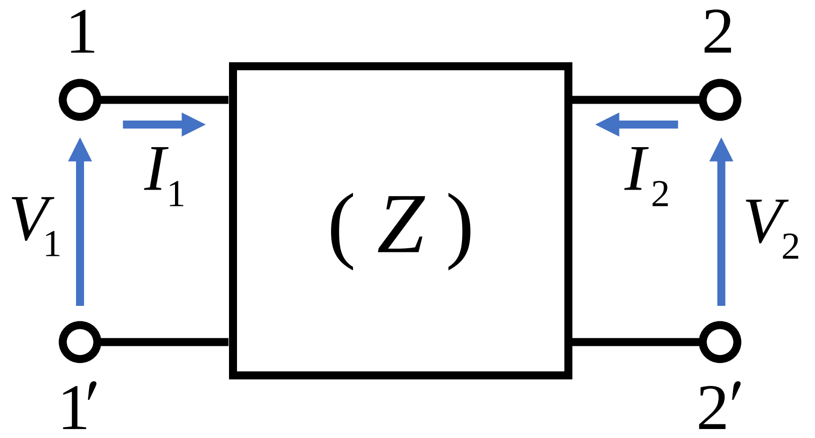
一般的に，z_{12} と z_{21} の計算が **複雑**

よって，z 行列は

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

Z 行列の直列接続





全体の二端子対回路の(Z)を考える

(Z_1)の回路 $\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = [Z_1]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

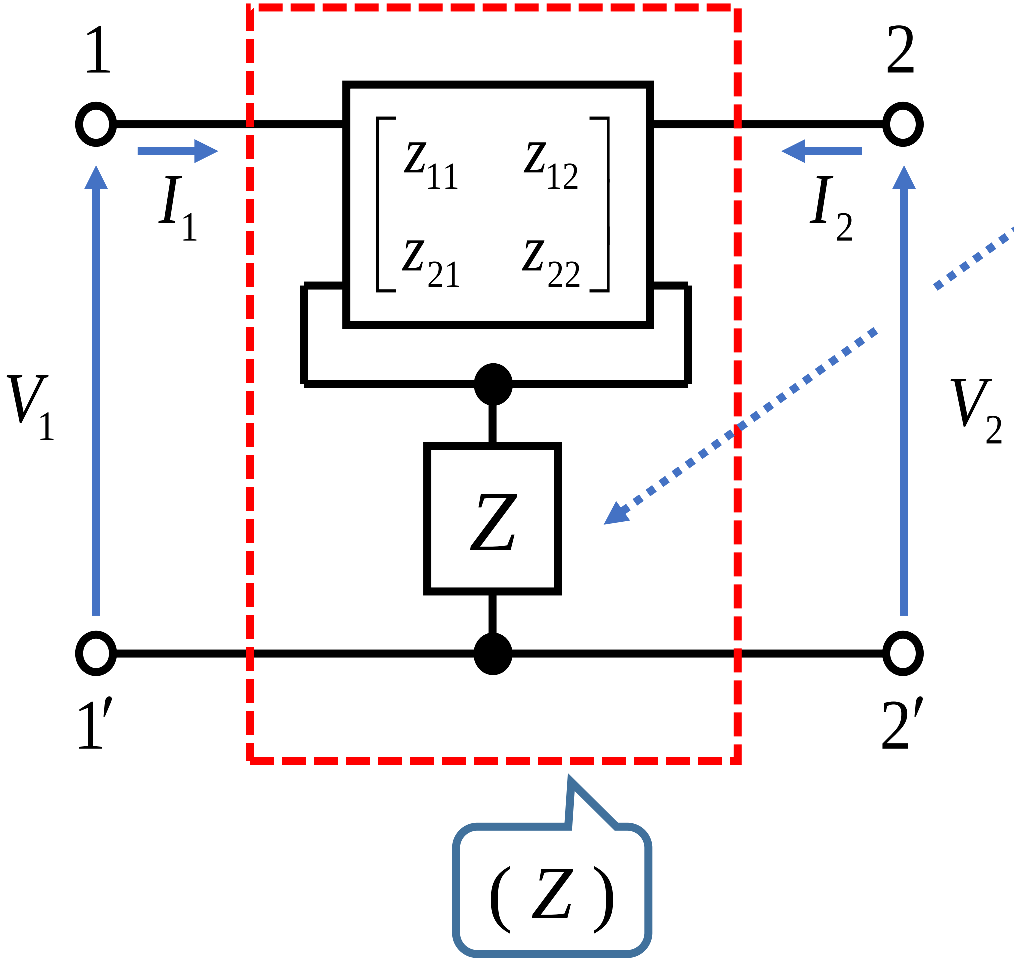
(Z_2)の回路 $\begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = [Z_2]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

(Z)

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = [Z_1]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + [Z_2]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [[Z_1]+[Z_2]]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

直列接続 された全体の(Z)は **行列の和** で表現される

例：全体の Z 行列を求める



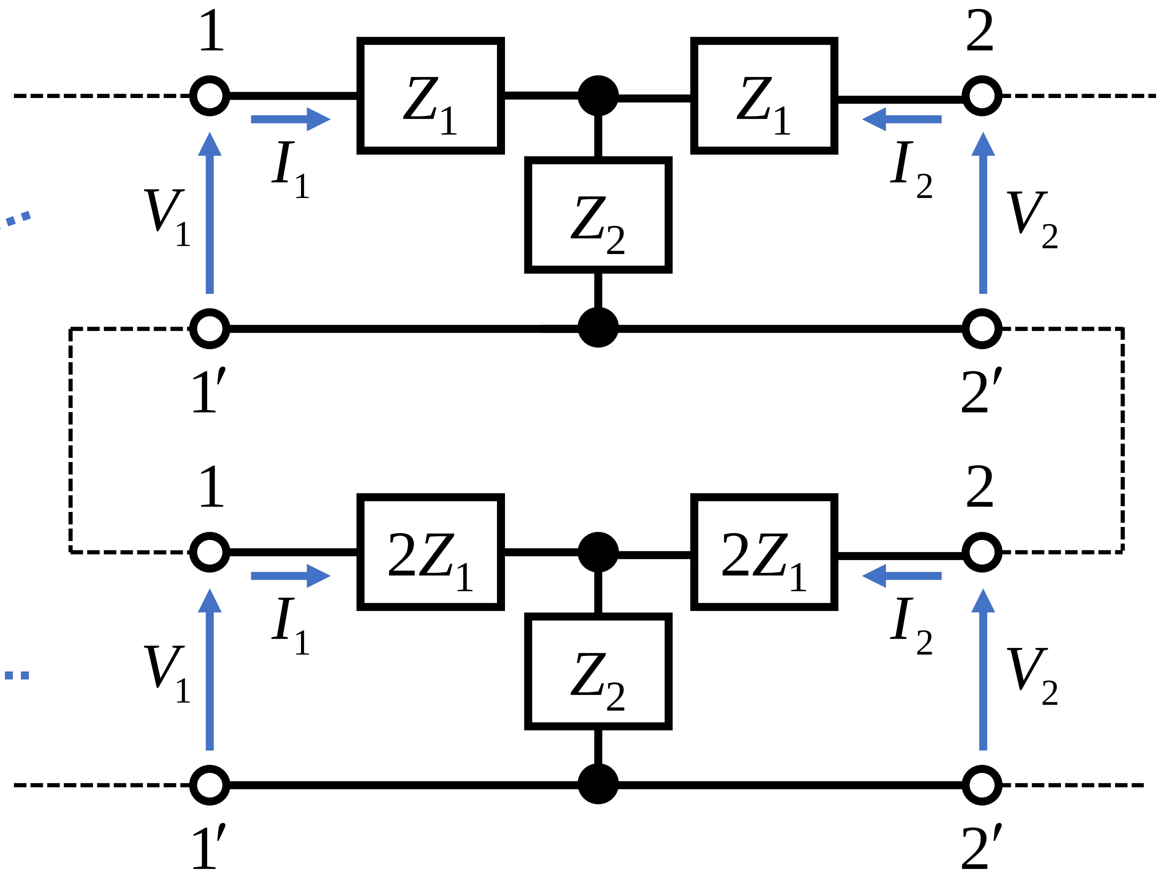
この部分の Z 行列は， $\begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix}$

直列接続された全体の(Z)は，
行列の和で表現されるので，

$$[Z]=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} z_{11}+Z & z_{12}+Z \\ z_{21}+Z & z_{22}+Z \end{bmatrix}$$

例：全体の Z 行列を求める

上の回路と下の回路を直列接続



上の回路の Z 行列は，

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}$$

下の回路の Z 行列は，

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & 2Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}$$

よって，回路全体の Z 行列は，

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & 2Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3Z_1 + 2Z_2 & 2Z_2 \\ 2Z_2 & 3Z_1 + 2Z_2 \end{bmatrix}$$