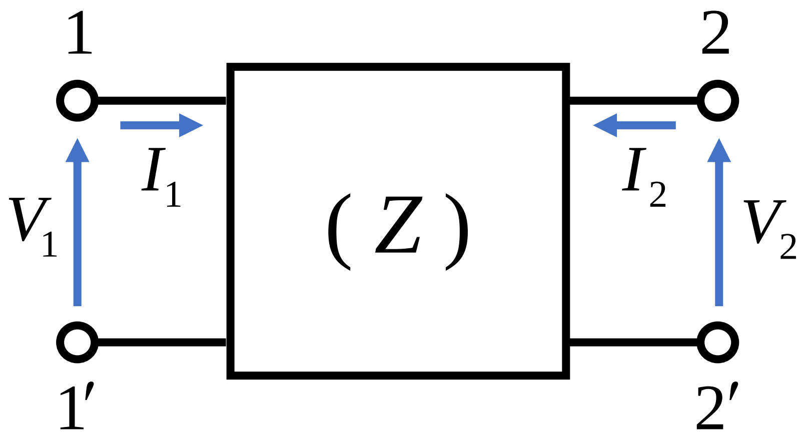
３．2端子対回路 −Y 行列−

3. Two-Terminal Pair Circuit - Y matrix -

講義内容

１．Y 行列
２．Y 行列の並列接続
３．G 行列及び H 行列

z 行列（ z マトリクス ）



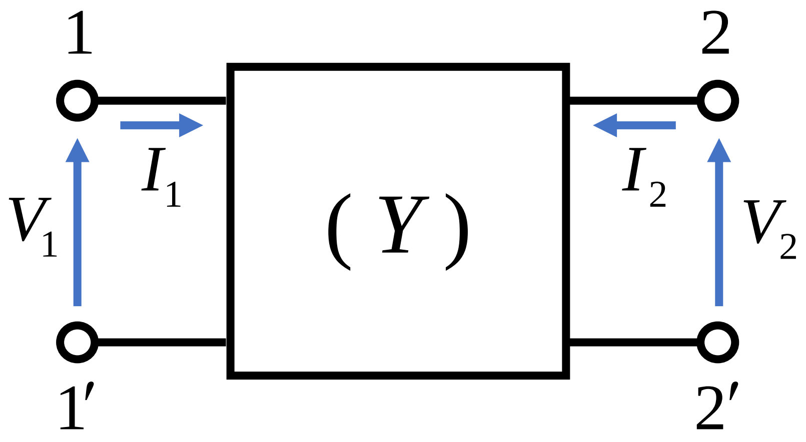
$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

この行列を **z 行列**，各要素を **z パラメータ** と呼ぶ

各 z パラメータの物理的な意味

z_{11}：端子2を開放し，端子1から見込んだインピーダンス
z_{12}：端子1を開放したときの開放端電圧と端子2の流入電流との比
z_{21}：端子2を開放したときの開放端電圧と端子1の流入電流との比
z_{22}：端子1を開放し，端子2から見込んだインピーダンス

Y 行列（ Y マトリクス ）



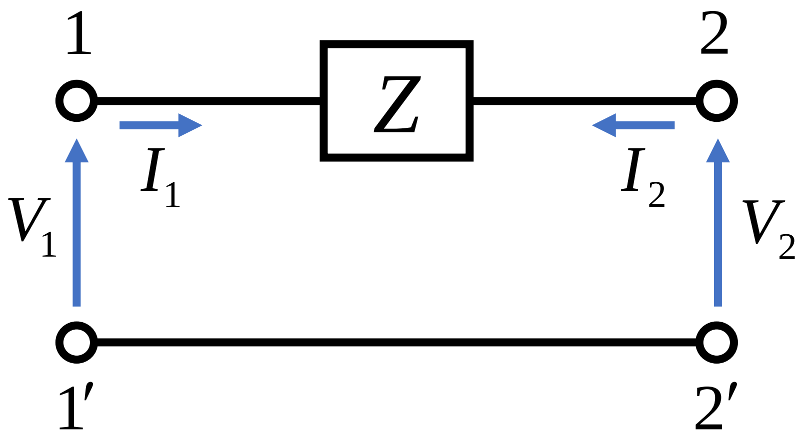
$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

この行列を Y 行列，各要素を Y パラメータと呼ぶ

各 Y パラメータの物理的な意味

y_{11}：端子2を短絡し，端子1から見込んだアドミタンス
y_{12}：端子1を短絡したときの短絡電流と端子2の電圧との比
y_{21}：端子2を短絡したときの短絡電流と端子1の電圧との比
y_{22}：端子1を短絡し，端子2から見込んだアドミタンス

例：Y 行列を求める



電流 I_1 と電圧 V_1, V_2 の関係は,

$$I_1 = \frac{1}{Z}(V_1 - V_2) = \frac{1}{Z}V_1 - \frac{1}{Z}V_2$$

電流 I_2 と電圧 V_1, V_2 の関係は,

$$I_2 = \frac{1}{Z}(V_2 - V_1) = -\frac{1}{Z}V_1 + \frac{1}{Z}V_2$$

以上より,

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{1}{Z}V_1 - \dfrac{1}{Z}V_2 \\ I_2 = -\dfrac{1}{Z}V_1 + \dfrac{1}{Z}V_2 \end{cases}$$

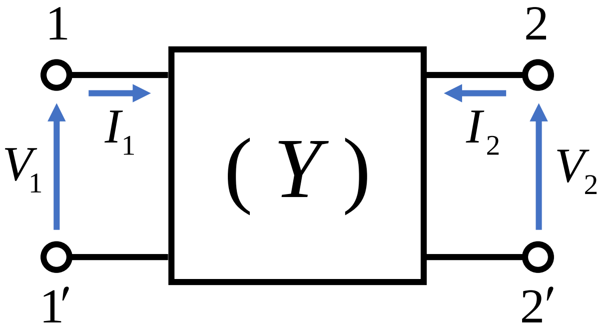
行列形式で表現すると,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z} & -\dfrac{1}{Z} \\ -\dfrac{1}{Z} & \dfrac{1}{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

よって,
Y 行列は

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z} & -\dfrac{1}{Z} \\ -\dfrac{1}{Z} & \dfrac{1}{Z} \end{bmatrix}$$

少々複雑な回路の場合



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 & ① \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 & ② \end{cases}$$

式①で，$\underbrace{V_2 = 0}_{\text{端子 2 を 短絡}}$として$I_1$を$V_1$で割る ⇒ **$y_{11}$** が求まる　$y_{11} = \left.\dfrac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$

端子 **2** を **短絡**

式①で，$V_1 = 0$としてI_1をV_2で割る ⇒ **y_{12}** が求まる　$y_{12} = \left.\dfrac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$

端子 **1** を **短絡**

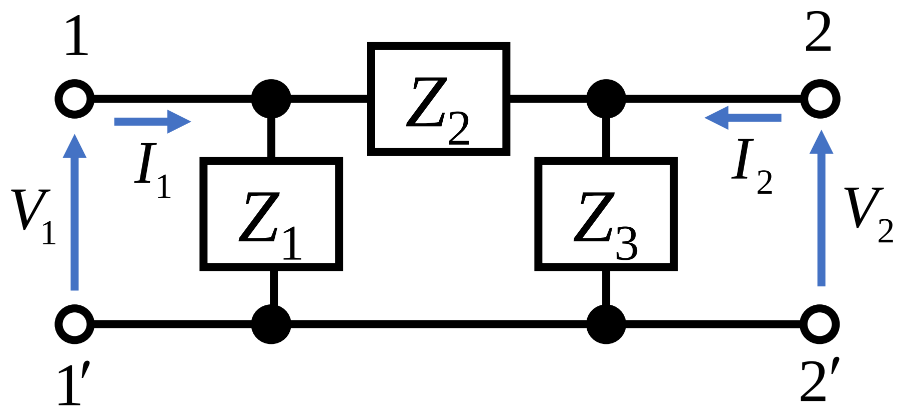
式②で，$V_2 = 0$としてI_2をV_1で割る ⇒ **y_{21}** が求まる　$y_{21} = \left.\dfrac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$

端子 **2** を **短絡**

式②で，$V_1 = 0$としてI_2をV_2で割る ⇒ **y_{22}** が求まる　$y_{22} = \left.\dfrac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$

端子 **1** を **短絡**

例：Y 行列を求める



■端子 **2短絡** 時，**$V_2 = 0$**

$$I_1 = \frac{1}{Z_1}V_1 + \frac{1}{Z_2}V_1 = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)V_1$$

$$\therefore y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$I_2 = -\frac{1}{Z_2}V_1 \qquad \therefore y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -\frac{1}{Z_2}$$

■端子 **1短絡** 時，**$V_1 = 0$**

$$I_2 = \frac{1}{Z_2}V_2 + \frac{1}{Z_3}V_2 = \left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right)V_2$$

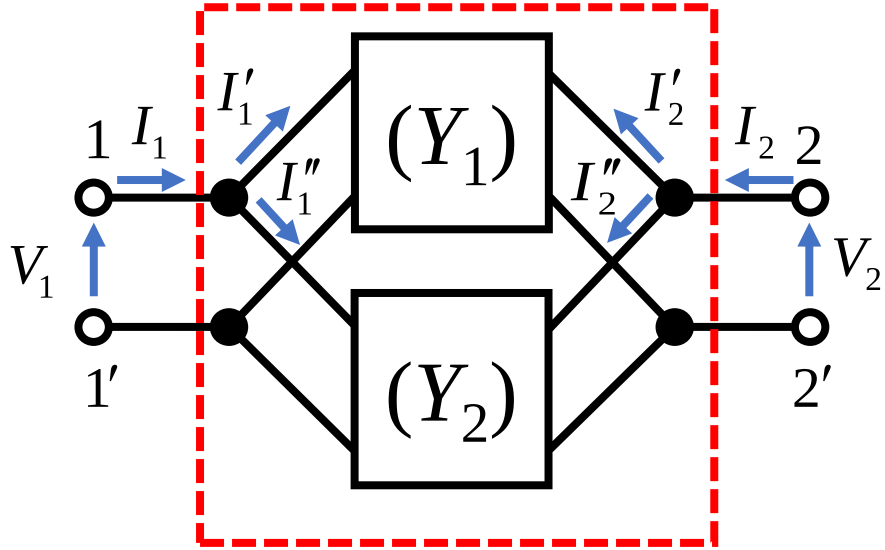
$$\therefore y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

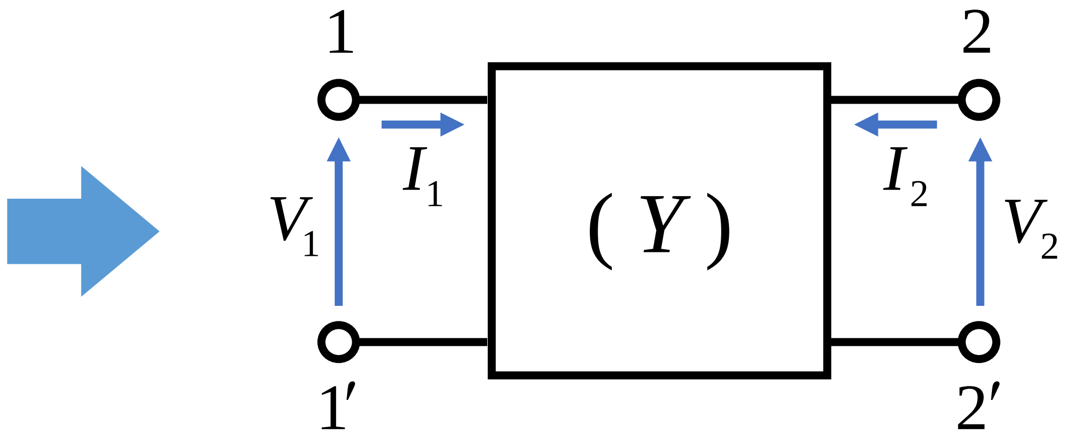
$$I_1 = -\frac{1}{Z_2}V_2 \qquad \therefore y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = -\frac{1}{Z_2}$$

よって，Y 行列は

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \end{bmatrix}$$

Y 行列の並列接続





<u>全体の二端子対回路の(Y)を考える</u>

(Y_1)の回路 $\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = [Y_1]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

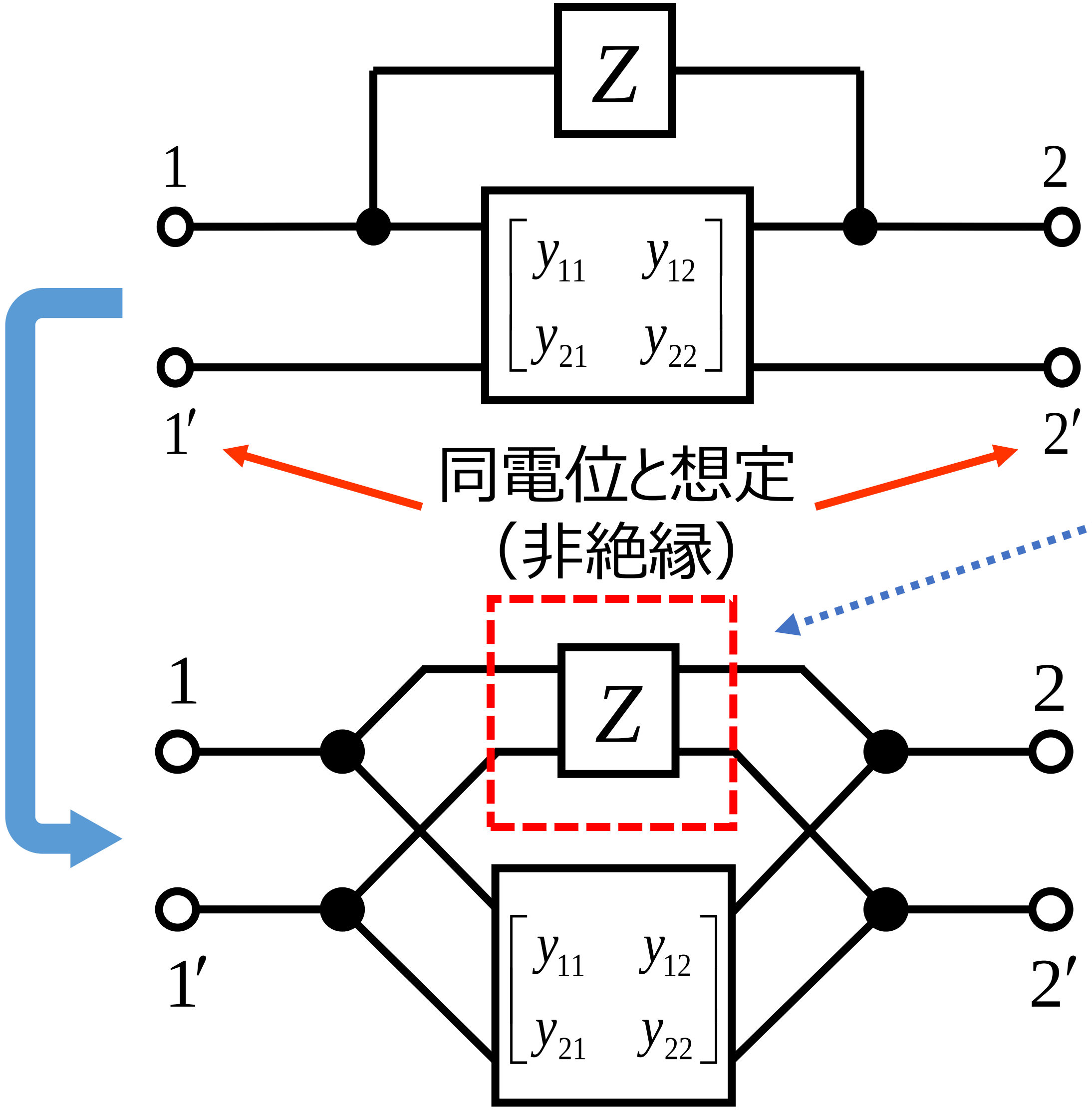
(Y_2)の回路 $\begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [Y_2]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

(Y)

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [Y_1]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + [Y_2]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \underbrace{[[Y_1]+[Y_2]]}_{(Y)}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

並列接続 された全体の(Y)は **行列の和** で表現される

例：全体の Y 行列を求める

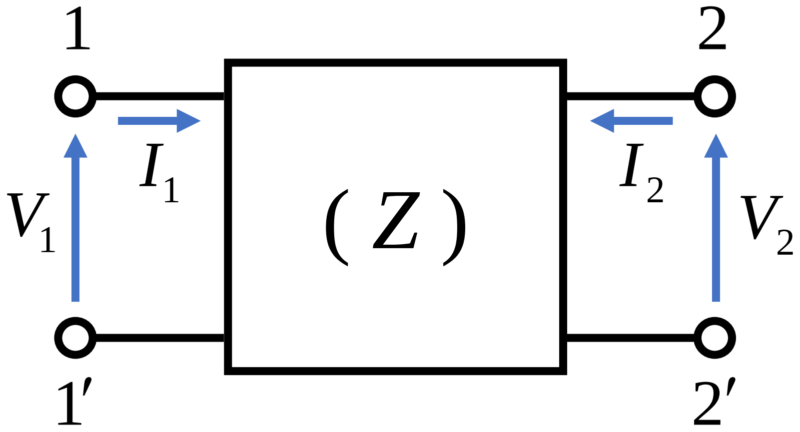


この部分の Y 行列は，
$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z} & -\dfrac{1}{Z} \\ -\dfrac{1}{Z} & \dfrac{1}{Z} \end{bmatrix}$$

並列接続された全体の(Y)は
行列の和で表現されるので，

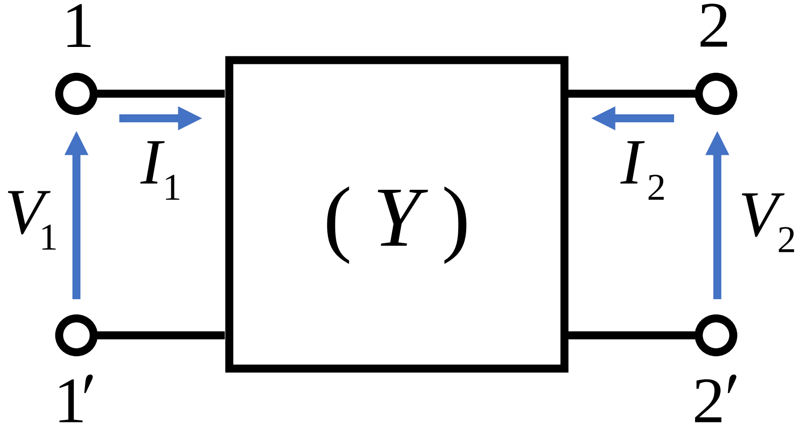
$$[Y]=\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z} & -\dfrac{1}{Z} \\ -\dfrac{1}{Z} & \dfrac{1}{Z} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y_{11}+\dfrac{1}{Z} & y_{12}-\dfrac{1}{Z} \\ y_{21}-\dfrac{1}{Z} & y_{22}+\dfrac{1}{Z} \end{bmatrix}$$

Z 行列（ Z マトリクス ），Y 行列（ Y マトリクス ）



$$\begin{cases} V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

この行列を Z 行列，各要素を Z パラメータと呼ぶ

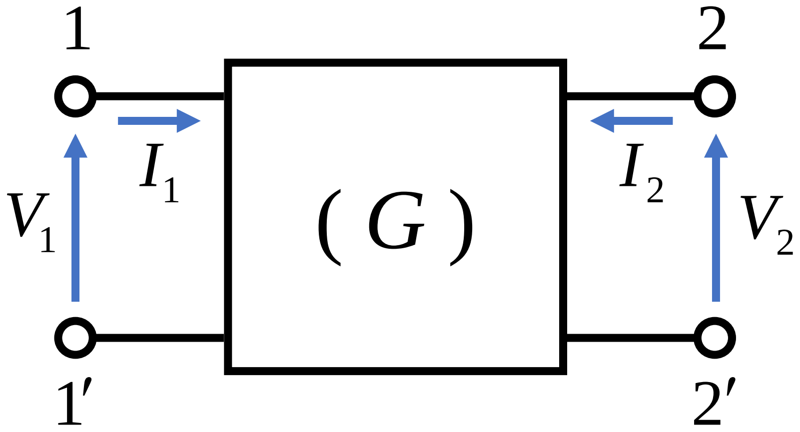


$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

この行列を Y 行列，各要素を Y パラメータと呼ぶ

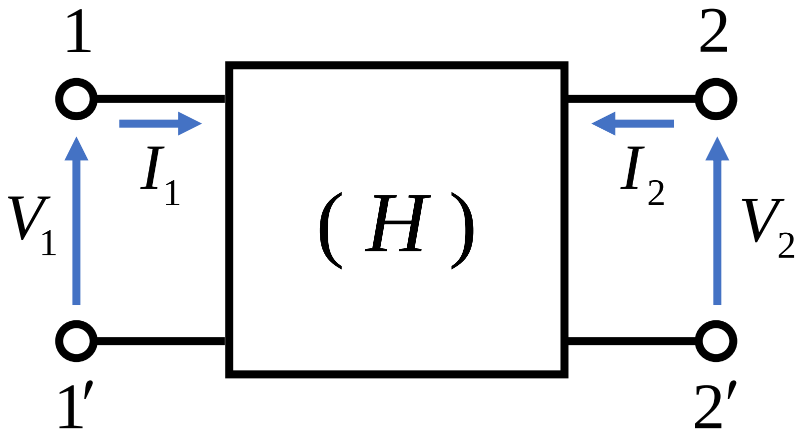
$$\boxed{[Z] = [Y]^{-1}} \qquad \boxed{[Y] = [Z]^{-1}}$$

G 行列（ G マトリクス ）, H 行列（ H マトリクス ）



$$\begin{cases} I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \\ V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

この行列を G 行列，各要素を G パラメータと呼ぶ



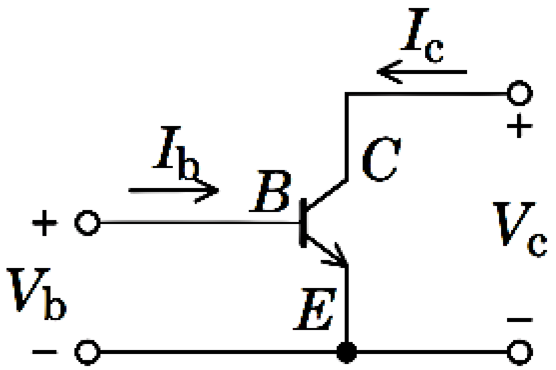
$$\begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

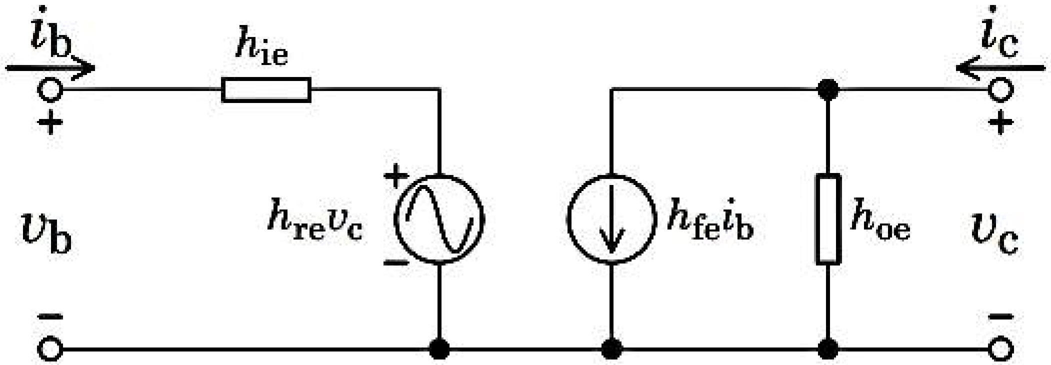
この行列を H 行列，各要素を H パラメータと呼ぶ

$$\boxed{[G] = [H]^{-1}} \qquad \boxed{[H] = [G]^{-1}}$$

H 行列を用いた小信号等価回路解析

**バイポーラ
トランジスタ**





小信号等価回路

$$\begin{cases} v_b = h_{ie} i_b + h_{re} v_c \\ i_c = h_{fe} i_b + h_{oe} v_c \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ie} & h_{re} \\ h_{fe} & h_{oe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

- h_{ie} ：ベース入力インピーダンス
- h_{re} ：逆電圧帰還率
- h_{fe} ：**ベース･コレクタ電流増幅率**
- h_{oe} ：出力アドミタンス