4．2端子対回路 –F 行列–

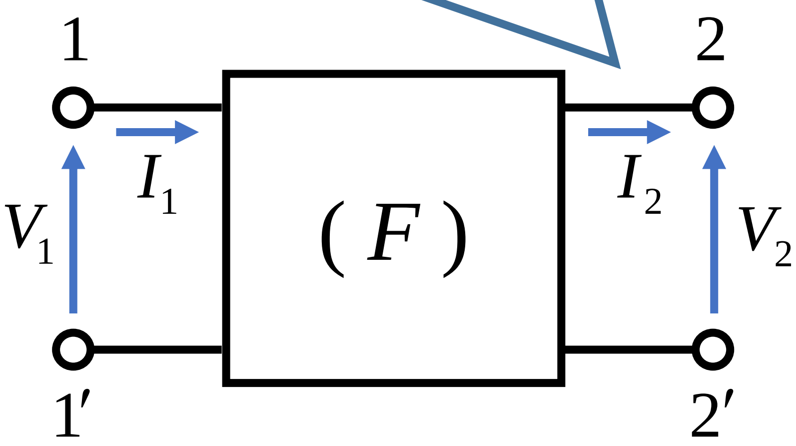
4. Two-Terminal Pair Circuit - F matrix -

講義内容

1．F 行列（縦続行列）
2．F 行列の縦続接続
3．鳳-テブナンの定理
4．F パラメータによる表現

F 行列（ F マトリクス：縦続行列 ）

出力電流の向きに注意



$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

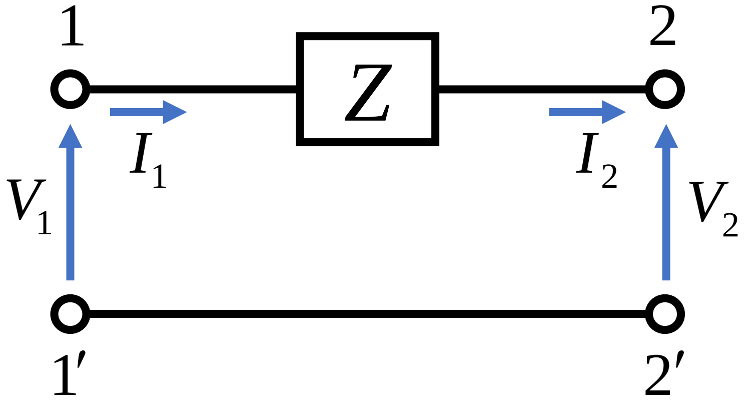
この行列を F 行列，各要素を F パラメータと呼ぶ

各 F パラメータの物理的な意味

A ：端子 2 を **開放** したときの 開放端電圧 と端子 1 の 電圧 との比
B ：端子 2 を **短絡** したときの 短絡電流 と端子 1 の 電圧 との比
C ：端子 2 を **開放** したときの 開放端電圧 と端子 1 の 電流 との比
D ：端子 2 を **短絡** したときの 短絡電流 と端子 1 の 電流 との比

例：F 行列を求める

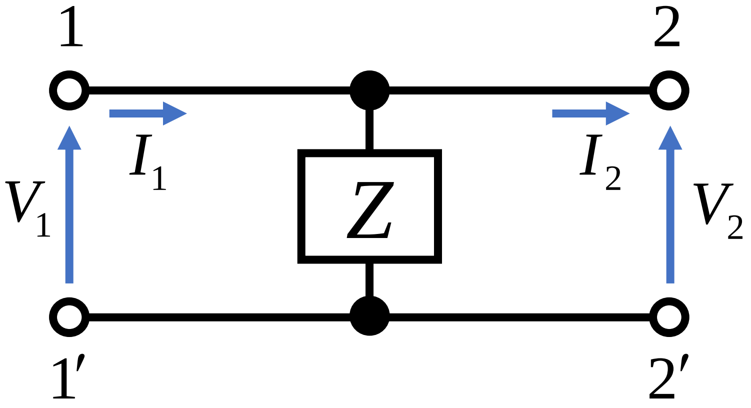
2 端子対回路の **基本要素**：暗記する！



$$\begin{cases} V_1 = V_2 + ZI_2 \\ I_1 = I_2 = 0V_2 + I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

暗記！

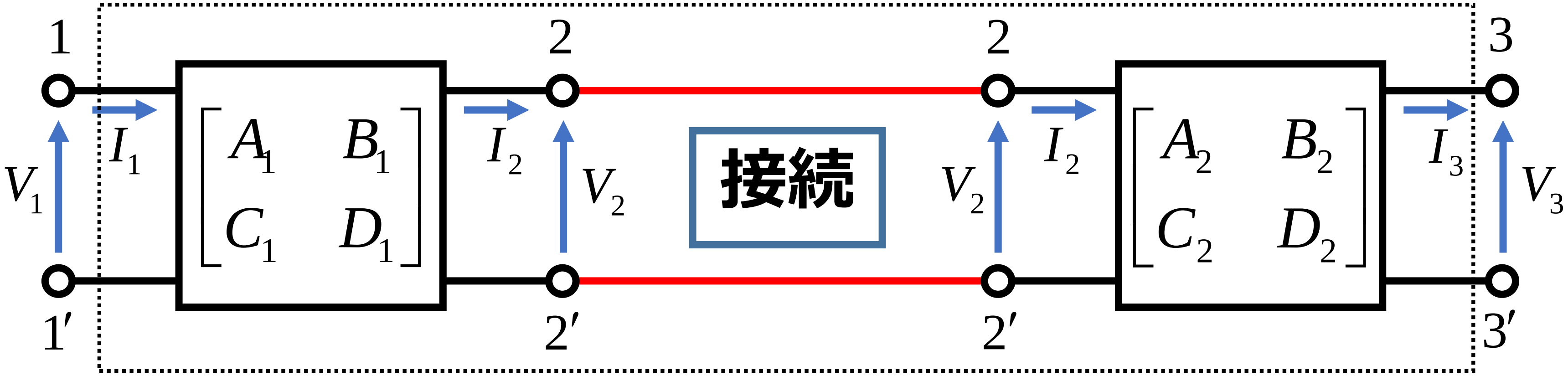


$$\begin{cases} V_1 = V_2 = V_2 + 0I_2 \\ I_1 = (1/Z)V_2 + I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

暗記！

F 行列の縦続接続



全体の2端子対回路の(F)を考える

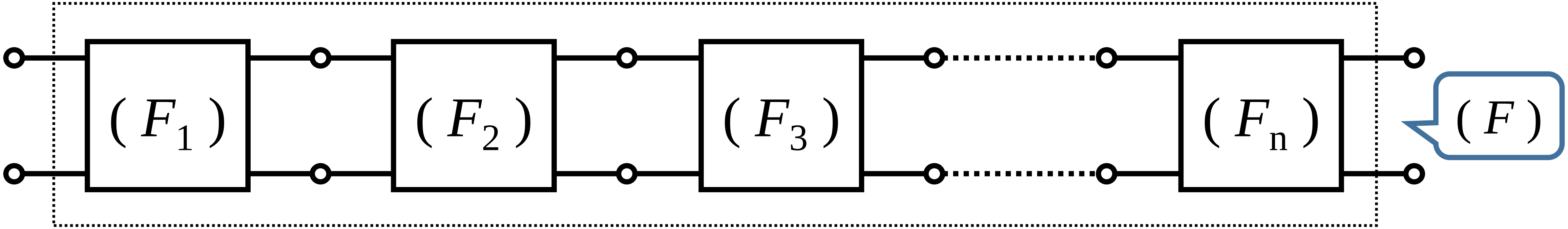
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \xleftarrow{\text{代入}} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

(F)

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1A_2 + B_1C_2 & A_1B_2 + B_1D_2 \\ C_1A_2 + D_1C_2 & C_1B_2 + D_1D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

縦続接続 された回路 **全体** の F 行列

縦続接続の一般化



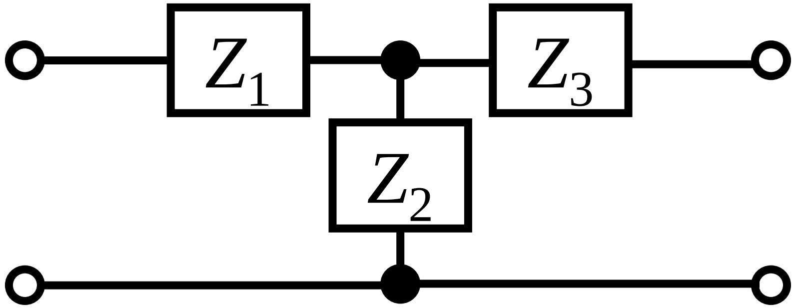
縦続接続された回路網全体の F 行列

$$[F]=[F_1]\cdot[F_2]\cdot[F_3]\cdots[F_n]$$

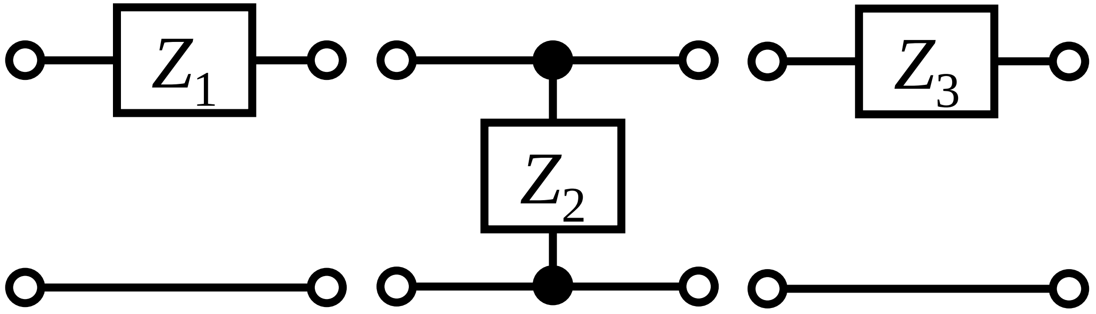
各２端子対回路の
F 行列の積 で与えられる

Ex. T形回路の(F)を求めるには

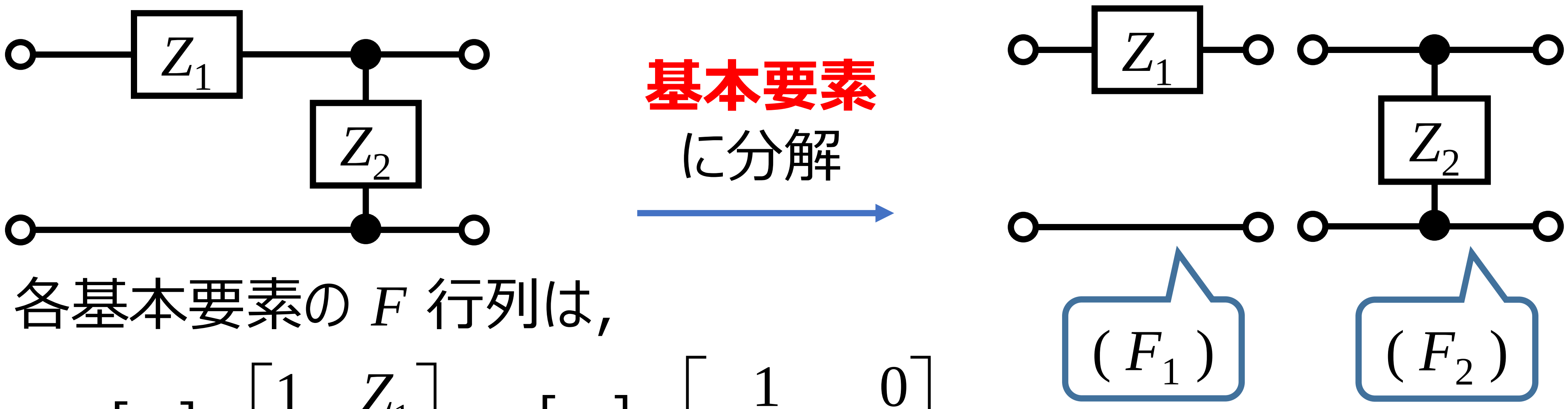
$$[F]=[F_1]\cdot[F_2]\cdot[F_3]$$



基本要素
に分解



全体の (F) を求める



各基本要素の F 行列は,

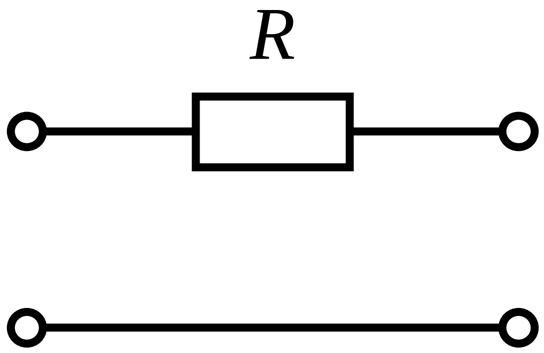
$$[F_1]=\begin{bmatrix}1 & Z_1\\ 0 & 1\end{bmatrix} \qquad [F_2]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1/Z_2 & 1\end{bmatrix}$$

接続の順に F 行列の積をとると,

$$[F]=[F_1]\cdot[F_2]=\begin{bmatrix}1 & Z_1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1/Z_2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+\dfrac{Z_1}{Z_2} & Z_1\\ \dfrac{1}{Z_2} & 1\end{bmatrix}$$

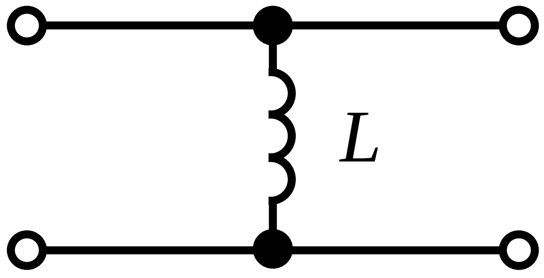
復習：回路素子のインピーダンスの F 行列

記述は破線部まででOK！



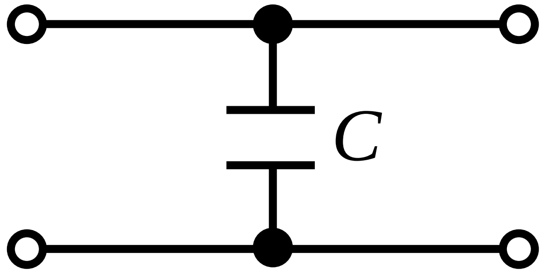
$$[F_{\mathrm{RS}}]=\begin{bmatrix}1 & R\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

各素子の
直列・並列



$$[F_{\mathrm{LP}}]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \dfrac{1}{j\omega L} & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -j\dfrac{1}{\omega L} & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -j\dfrac{1}{X_{\mathrm{L}}} & 1\end{bmatrix}$$

誘導性
リアクタンス



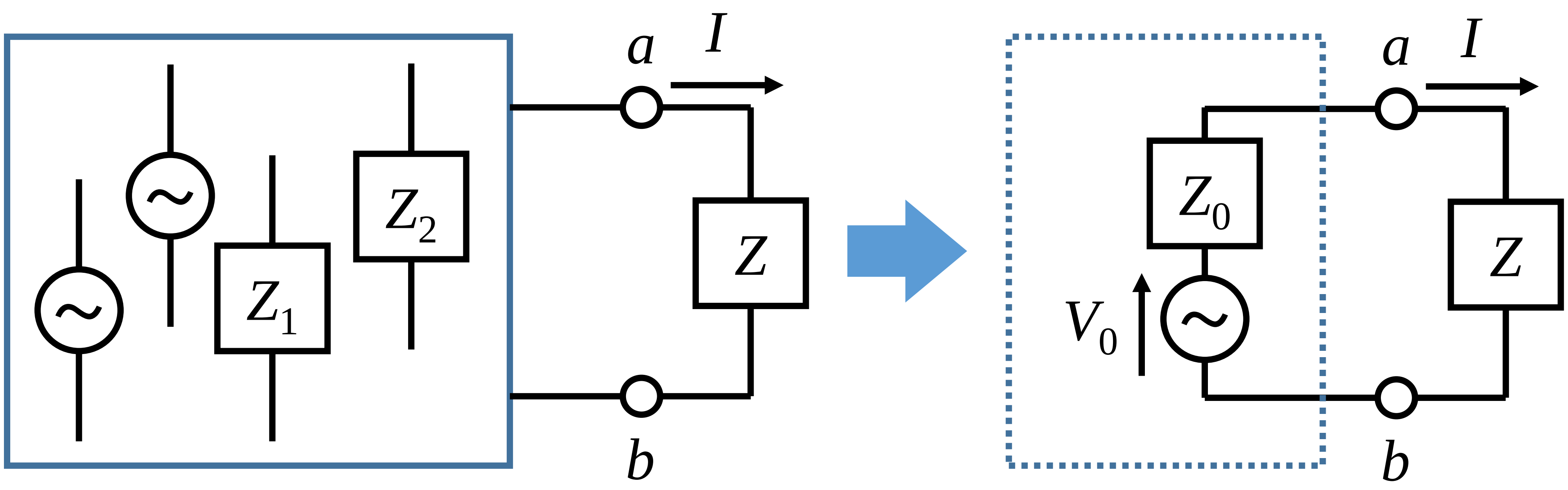
$$[F_{\mathrm{CP}}]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ j\omega C & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ jX_{\mathrm{C}} & 1\end{bmatrix}$$

容量性
リアクタンス

鳳・テブナンの定理

鳳 - **テブナン** の定理

どのように複雑な交流回路網でも，**任意** の **2** 端子から見て，
一つ の **等価電圧源** と **一つ** の **内部インピーダンス** に **置き換える** ことができる



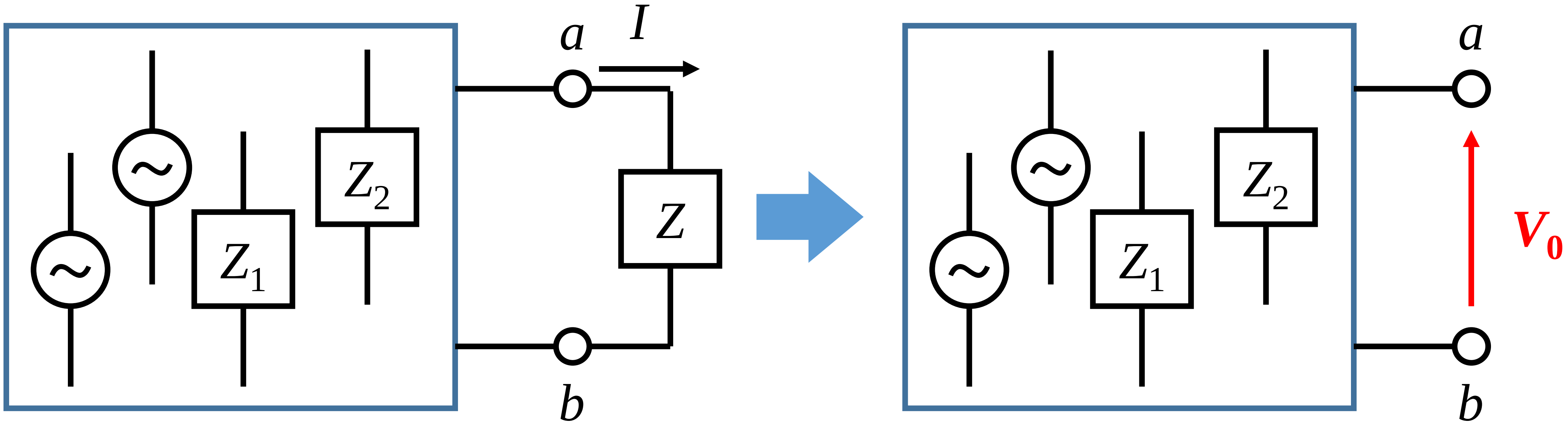
負荷 に
流れる **電流**

$$I = \frac{V_0}{Z_0 + Z}$$

等価電圧源 V_0

等価電圧源V_0は？

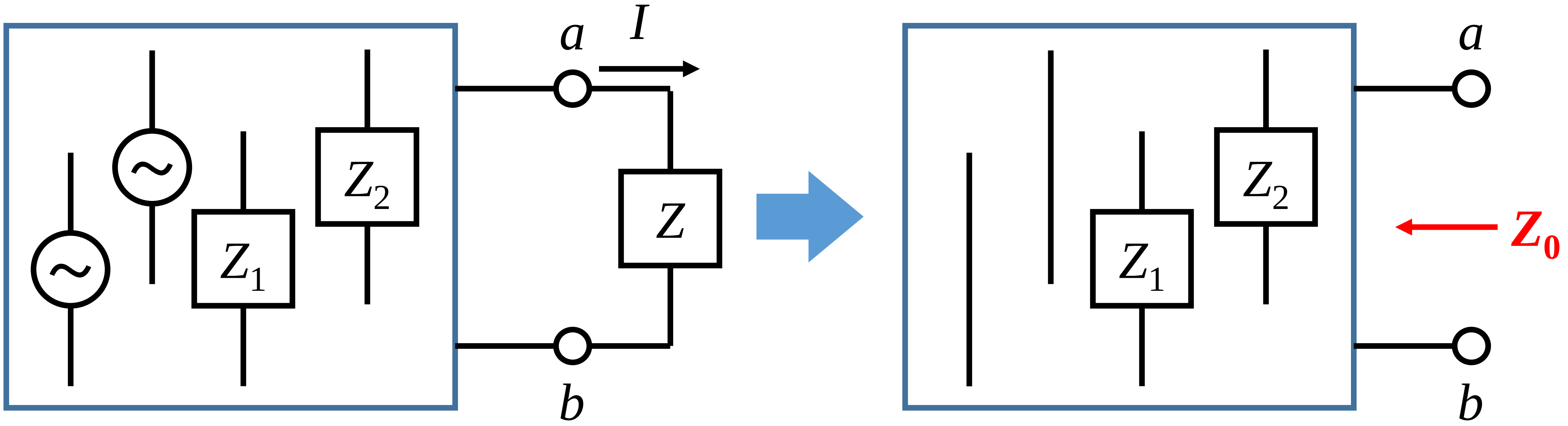
負荷 インピーダンス Z を **開放除去** したときの **開放電圧**



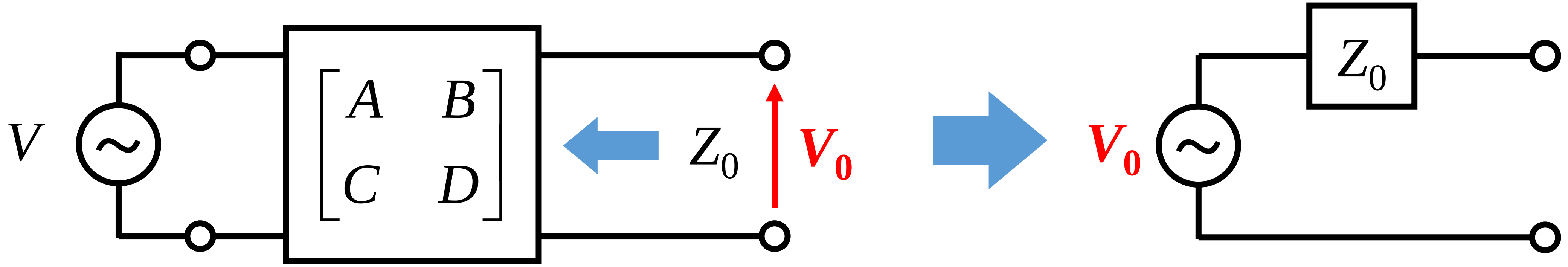
内部インピーダンス Z_0

内部インピーダンスZ_0は？

回路網中の **全ての電圧源** を **短絡除去** したときの **終端** から **回路網** を見込んだ **インピーダンス**



F パラメータによる表現（等価電圧源）



等価電圧源V_0 ＝ 端子 **2** を開放したときの **開放** 電圧

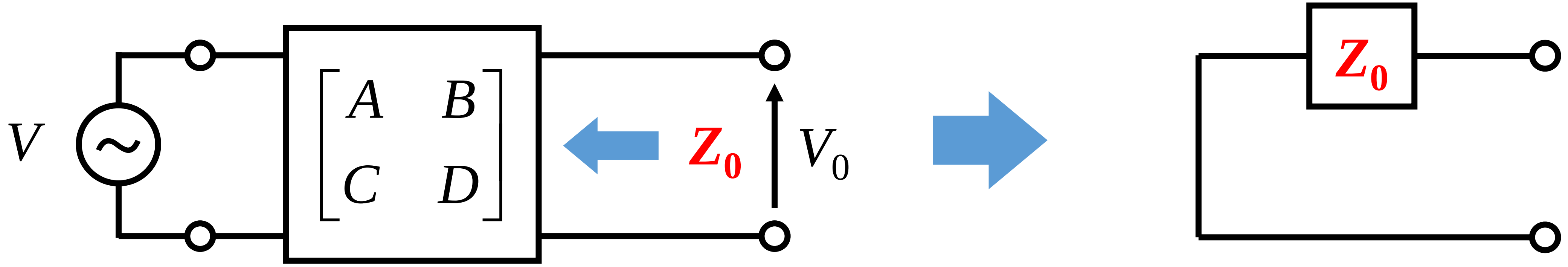
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} V_1 = V \\ V_2 = V_0 \\ I_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow V = AV_0 \longrightarrow \boxed{V_0 = \frac{V}{A}}$$

出力端開放なので
電流が流れない

等価電圧源

F パラメータによる表現（内部インピーダンス）



内部インピーダンスZ_0 ＝ 端子 **2** から **見込んだ** インピーダンス

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{相反 回路}]{\text{電流の 向き}} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

内部インピーダンス

$$\begin{cases} V_2 = DV_1 + BI_1 \\ I_2 = CV_1 + AI_1 \end{cases} \longrightarrow Z_0 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{DV_1 + BI_1}{CV_1 + AI_1} \xrightarrow{V_1 = 0} \boxed{Z_0 = \frac{BI_1}{AI_1} = \frac{B}{A}}$$