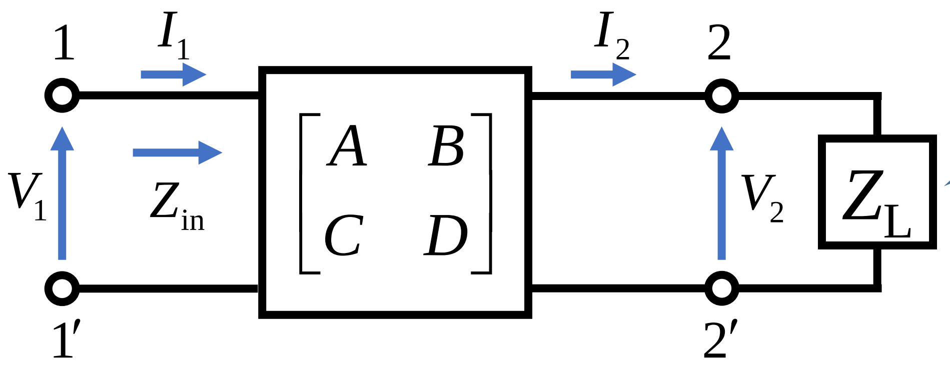
5. 入出力インピーダンスと電圧・電流利得
5. Input / Output Impedance and Voltage / Current Gain

講義内容

1. 入出力インピーダンス
2. 電圧利得（ゲイン）
3. 電流利得

入力インピーダンス



負荷インピーダンスで終端

オームの法則より，$V_2 = Z_L I_2$

端子1から見込んだインピーダンス（入力インピーダンス）は

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AV_2 + BI_2}{CV_2 + DI_2} = \frac{AZ_L I_2 + BI_2}{CZ_L I_2 + DI_2} = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D}$$

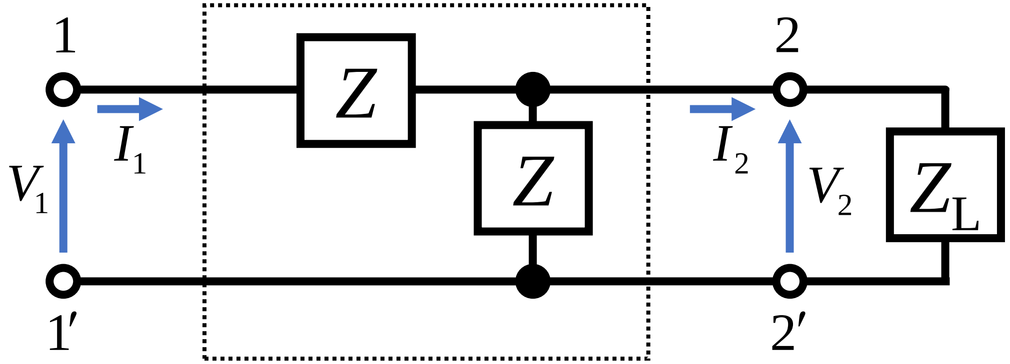
終端 **開放** 時

$$Z_{in} = \lim_{Z_L \to \infty} \frac{A + \dfrac{B}{Z_L}}{C + \dfrac{D}{Z_L}} = \frac{A}{C}$$

終端 **短絡** 時

$$Z_{in} = \lim_{Z_L \to 0} \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D} = \frac{B}{D}$$

例：入力インピーダンスの計算



枠内の F 行列(F)は

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & Z \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix}$$

よって，
入出力関係は，

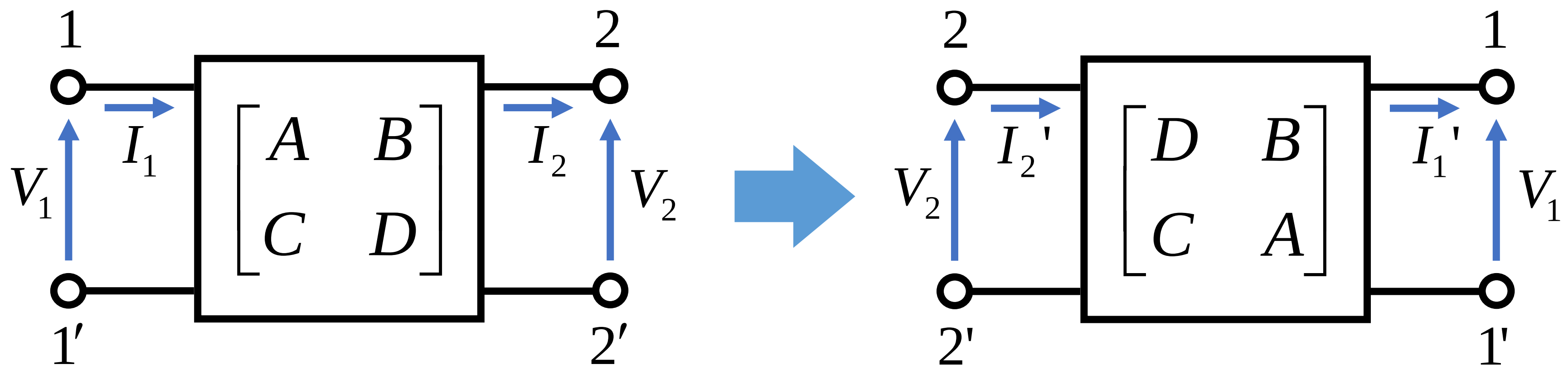
$$\begin{cases} V_1 = 2V_2 + ZI_2 \\ I_1 = (1/Z)V_2 + I_2 \end{cases}$$

Z_Lで終端されているので　$V_2 = Z_L I_2$

以上より，入力インピーダンス Z_{in} は

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{2V_2 + ZI_2}{(1/Z)V_2 + I_2} = \frac{2Z_L I_2 + ZI_2}{(1/Z)Z_L I_2 + I_2} = \frac{2Z_L + Z}{(1/Z)Z_L + 1}$$

回路を反転すると…



$$\begin{bmatrix}V_1\\ I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\ I_2\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{逆行列}}\begin{bmatrix}V_2\\ I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}V_1\\ I_1\end{bmatrix}=\frac{1}{AD-BC}\begin{bmatrix}D & -B\\ -C & A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ I_1\end{bmatrix}$$

受動回路では
1となる

$$\xrightarrow{AD\text{-}BC=1}\begin{bmatrix}V_2\\ I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}D & -B\\ -C & A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ I_1\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{逆に捉えると}]{\text{電流の向きを}}\begin{bmatrix}V_2\\ -I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}D & B\\ C & A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ -I_1\end{bmatrix}$$

I_2’

I_1’

対角要素 を **逆** にするだけ！

受動回路は相反回路か？

受動 回路：　**受動** 素子で構成された回路
受動 素子：　**供給** された電力を **消費**・**蓄積**・**放出** する素子
増幅・**整流** などの **能動** 動作を行わない素子

受動 素子の例

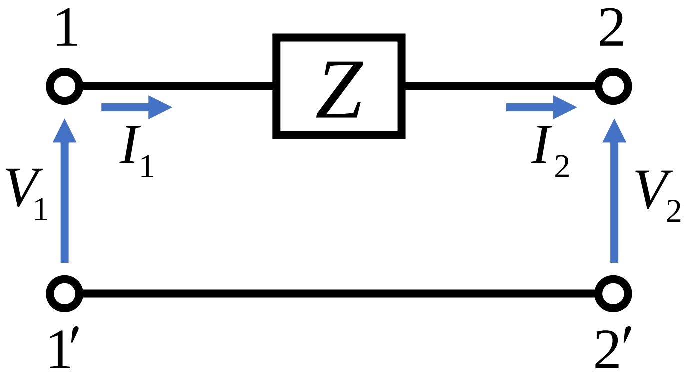
- **抵抗**　：R
- **キャパシタ**　：C
- **インダクタ**（リアクトル）　：L
- 変圧器（トランス）
- 圧電素子
- 水晶振動子

インピーダンス

$$Z = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

で表現可能

受動回路は相反回路か？

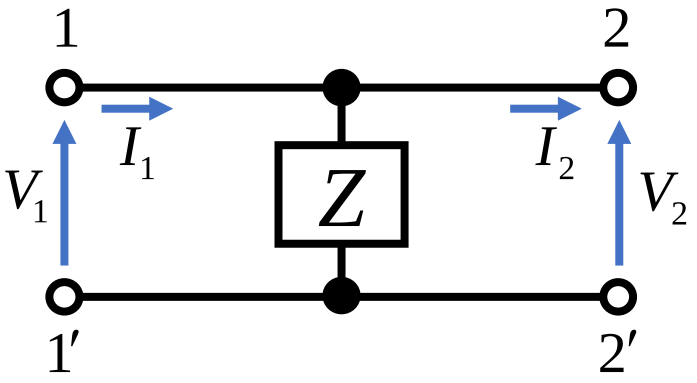


$$\begin{cases} V_1 = V_2 + ZI_2 \\ I_1 = 0V_2 + I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_2 = V_1 - ZI_1 \\ I_2 = -0V_2 + I_1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} V_1 = V_2 + 0I_2 \\ I_1 = (1/Z)V_2 + I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = V_2 - 0I_1 \\ I_2 = -(1/Z)V_2 + I_1 \end{cases}$$

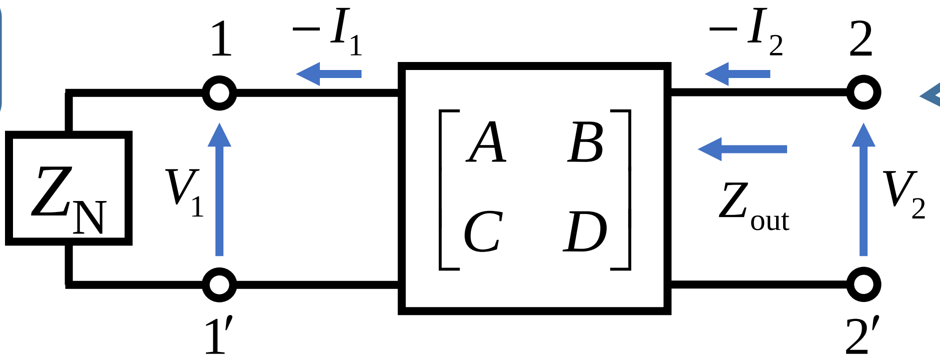
$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

電流 を再定義することで，**電圧** の向きも正しくなる　　**行列式** も **1** になる

出力インピーダンス

入力にインピーダンスを接続

オームの法則より, $V_1 = Z_\mathrm{N}(-I_1)$



電流 の 向きを **逆** に捉える

端子2から見込んだインピーダンス（出力インピーダンス）は

$$Z_\mathrm{out} = \frac{V_2}{-I_2} = \frac{DV_1 + B(-I_1)}{CV_1 + A(-I_1)} = \frac{DZ_\mathrm{N}(-I_1) + B(-I_1)}{CZ_\mathrm{N}(-I_1) + A(-I_1)} = \frac{DZ_\mathrm{N} + B}{CZ_\mathrm{N} + A}$$

端子1が **開放** の時

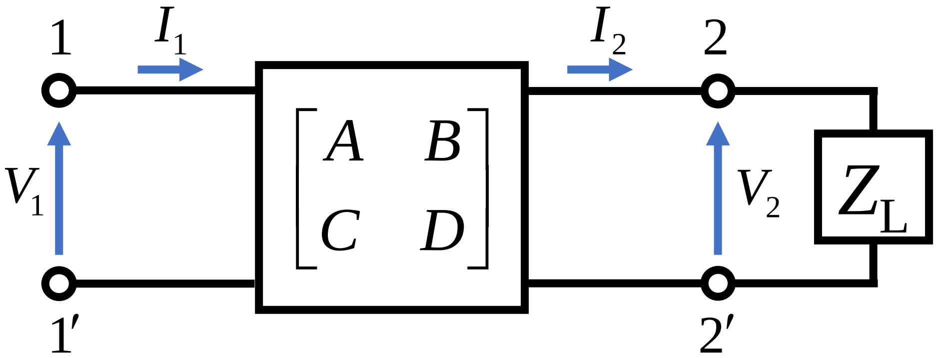
$$Z_\mathrm{N} \to \infty \quad Z_\mathrm{out} = \frac{D}{C}$$

端子1が **短絡** の時

$$Z_\mathrm{N} \to 0 \quad Z_\mathrm{out} = \frac{B}{A}$$

反転 させた **回路** の
入力インピーダンス

電圧利得（ゲイン）



負荷インピーダンスで終端

オームの法則より，$V_2 = Z_L I_2$

端子2をZ_Lで終端した場合のゲインG_vは

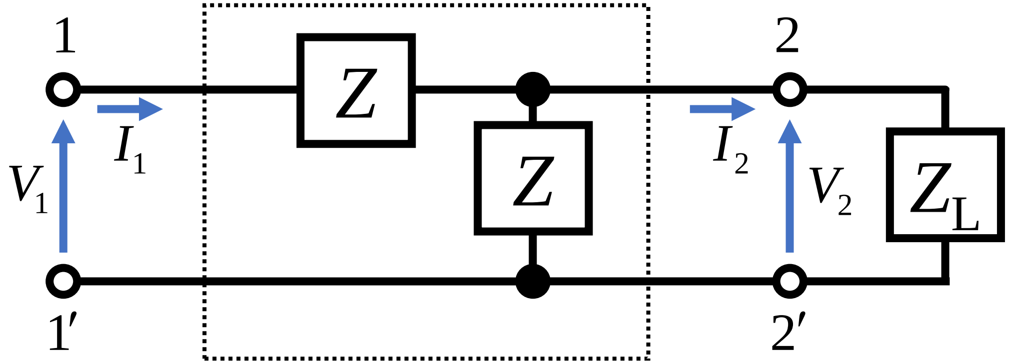
$$G_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{AV_2 + BI_2} = \frac{Z_L I_2}{AZ_L I_2 + BI_2} = \frac{Z_L}{AZ_L + B}$$

端子2を **開放** した場合（Z_L=∞），ゲインG_vは **最大**

$$G_v = \lim_{Z_L \to \infty} \frac{Z_L}{AZ_L + B} = \lim_{Z_L \to \infty} \frac{1}{A + \dfrac{B}{Z_L}} = \frac{1}{A}$$

入力 から **出力** にかけて
回路内 で **電圧** が
何倍 になるかを表す

例：ゲインの計算



枠内の F 行列(F)は

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & Z \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix}$$

よって，
入出力関係は，

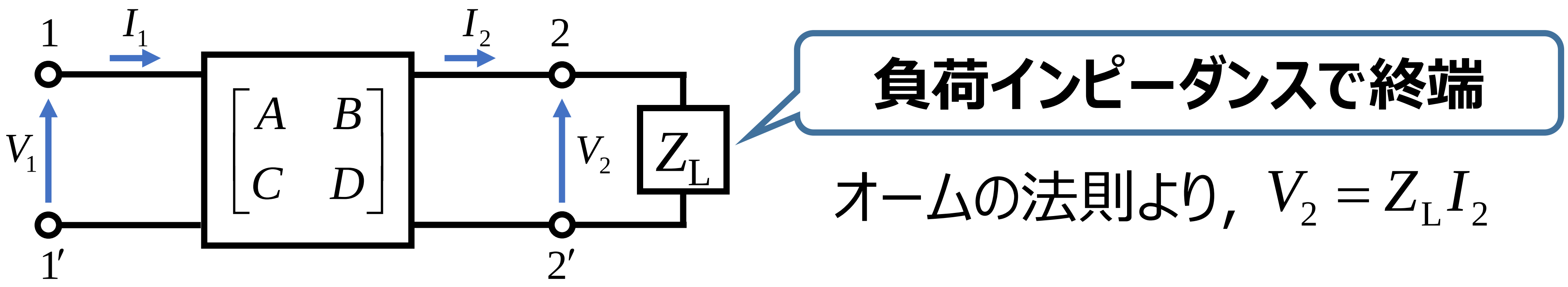
$$\begin{cases} V_1 = 2V_2 + ZI_2 \\ I_1 = (1/Z)V_2 + I_2 \end{cases}$$

Z_L で終端されているので　$V_2 = Z_\mathrm{L} I_2$

以上より，電圧ゲイン G_v は

$$G_\mathrm{v} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{2V_2 + ZI_2} = \frac{Z_\mathrm{L} I_2}{2Z_\mathrm{L} I_2 + ZI_2} = \frac{Z_\mathrm{L}}{2Z_\mathrm{L} + Z}$$

電流利得



オームの法則より，$V_2 = Z_L I_2$

端子2をZ_Lで終端した場合のゲインG_iは

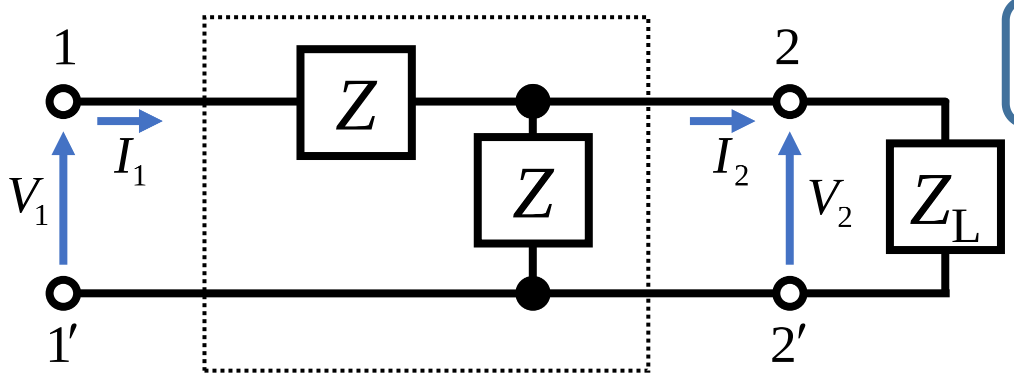
$$G_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{CV_2 + DI_2} = \frac{I_2}{CZ_L I_2 + DI_2} = \frac{1}{CZ_L + D}$$

端子2を **短絡** した場合（Z_L=0），ゲインG_iは **最大**

$$G_i = \lim_{Z_L \to 0} \frac{1}{CZ_L + D} = \frac{1}{D}$$

入力 から **出力** にかけて **回路内** で **電流** が **何倍** になるかを表す

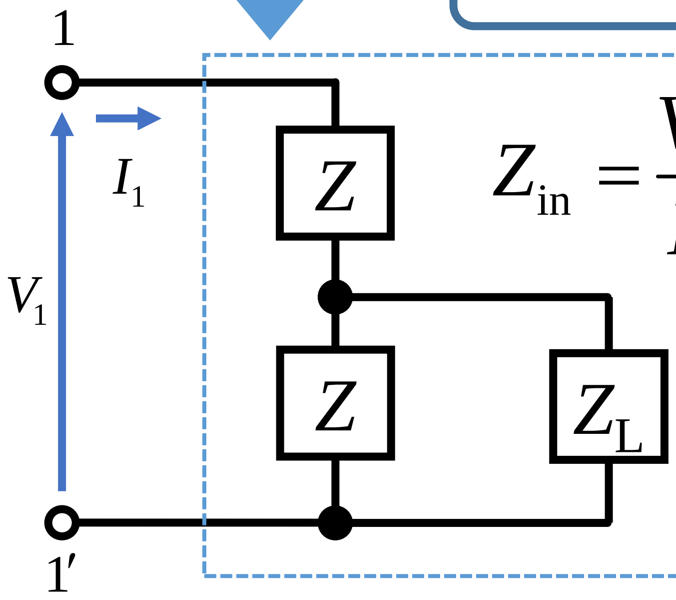
電気回路の基本計算から求める入力インピーダンス



元の式

$$Z_{\rm in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{2Z_{\rm L} + Z}{(1/Z)Z_{\rm L} + 1} = \frac{2ZZ_{\rm L} + Z^2}{Z_{\rm L} + Z}$$

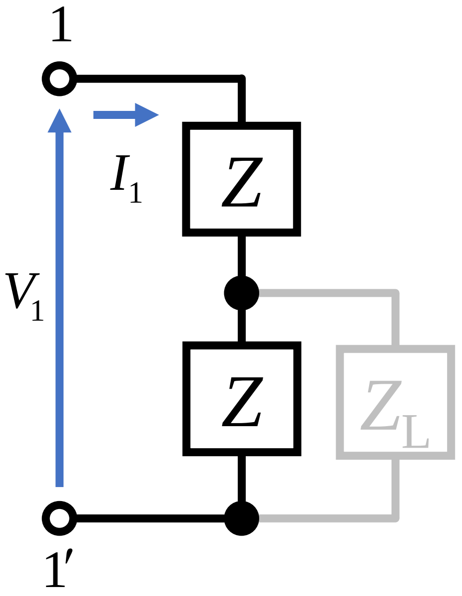
描き換え



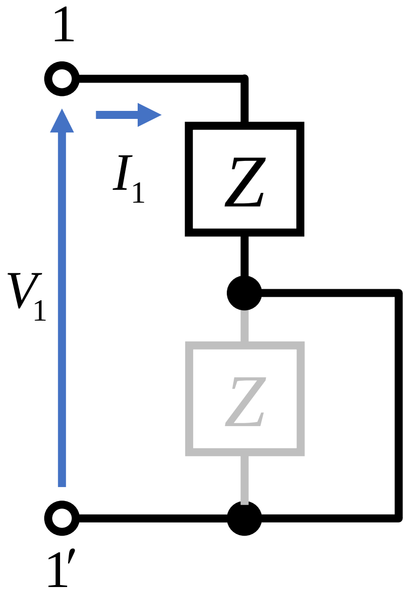
$$Z_{\rm in} = \frac{V_1}{I_1} = Z + \frac{ZZ_{\rm L}}{Z + Z_{\rm L}}$$

$$= \frac{2ZZ_{\rm L} + Z^2}{Z_{\rm L} + Z}$$

終端 **開放** 時

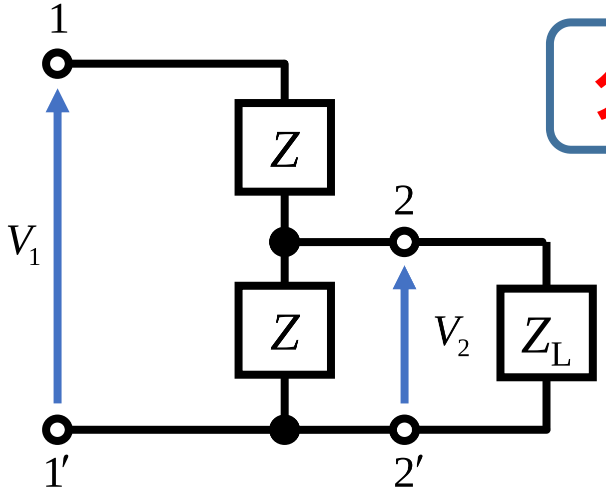


終端 **短絡** 時



電気回路の基本計算から求める電圧利得／電流利得

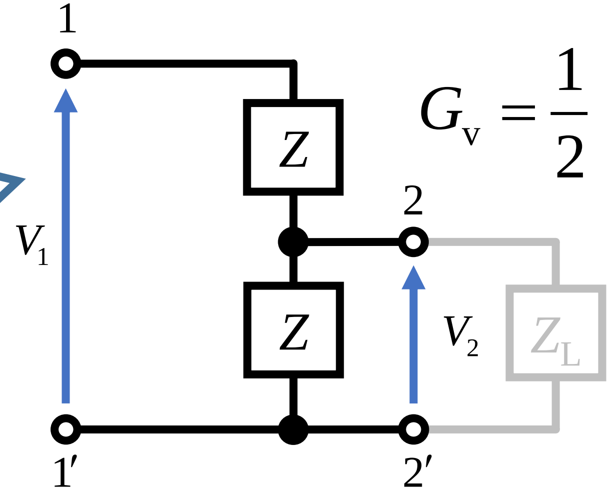
電圧利得



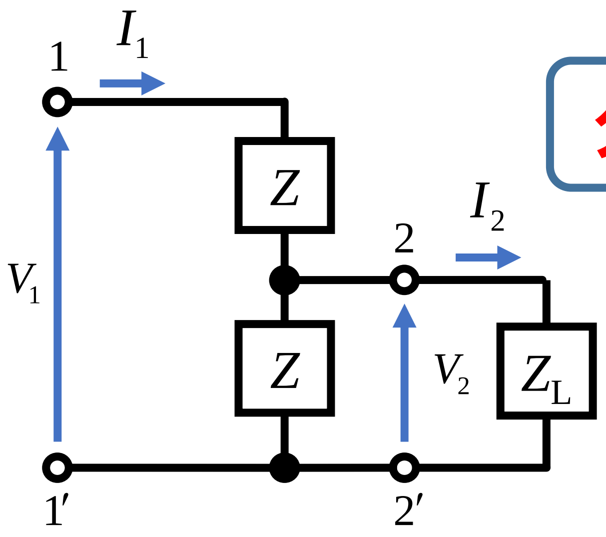
分圧比

$$G_{\mathrm{v}} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\dfrac{\dfrac{ZZ_{\mathrm{L}}}{Z+Z_{\mathrm{L}}}}{Z+\dfrac{ZZ_{\mathrm{L}}}{Z+Z_{\mathrm{L}}}}V_1}{V_1} = \frac{Z_{\mathrm{L}}}{2Z_{\mathrm{L}}+Z}$$

終端**開放**



電流利得



分流比

$$G_{\mathrm{i}} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\dfrac{Z}{Z+Z_{\mathrm{L}}}I_1}{I_1} = \frac{Z}{Z_{\mathrm{L}}+Z}$$

終端**短絡**