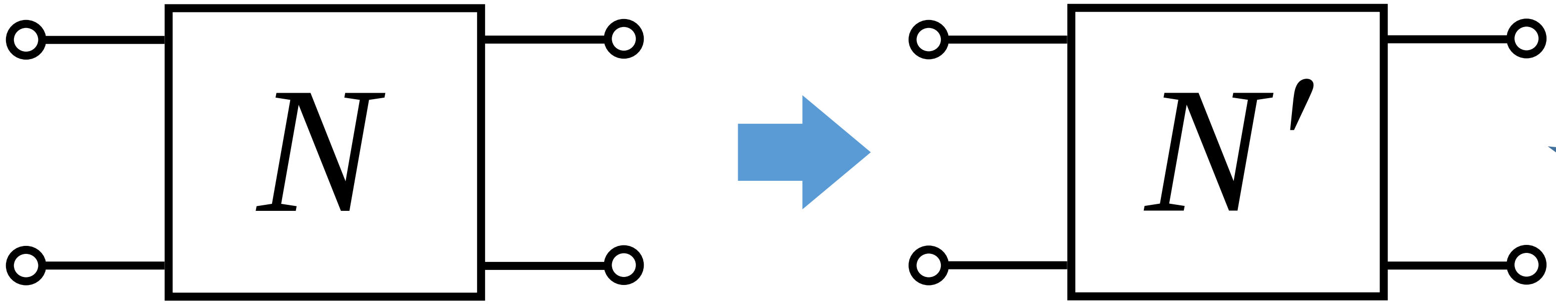
６．2端子対回路の等価回路
6. Equivalent Circuit of the Two-Terminal Pair Circuit

講義内容

１．T形等価回路・π形等価回路
２．T形π形変換
３．パラメータの用語と物理的意味
４．変圧器，対称格子形回路のT形等価回路

等価変換の解法

ある回路を **別** の **シンプル** な回路に **等価変換** したい…



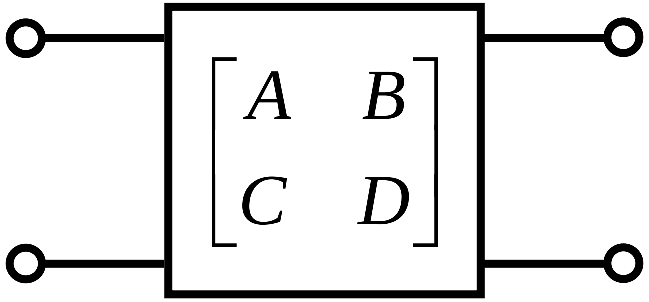
※構成は **異なる** が
動作 が **同じ** 回路

【解法１】 両回路の **2端子対パラメータ** を **等しく** する

【解法２】 端子１及び端子２を **開放** あるいは **短絡** して
他端から見た **インピーダンス** を **等しく** する

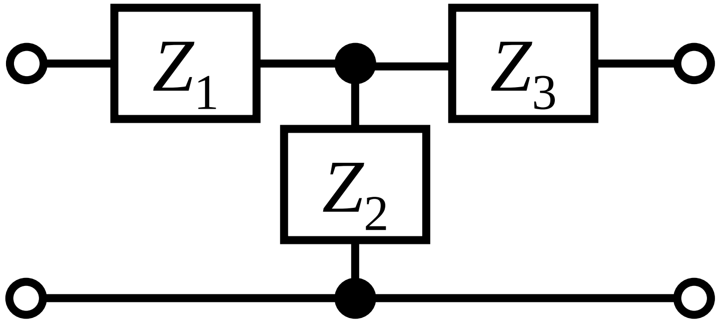
どちらの方法でも
結果は同じ

T形等価回路



任意の回路を
T形 回路で **等価** 表現

$\boldsymbol{Z_1}$, $\boldsymbol{Z_2}$, $\boldsymbol{Z_3}$ を
$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$ で表現

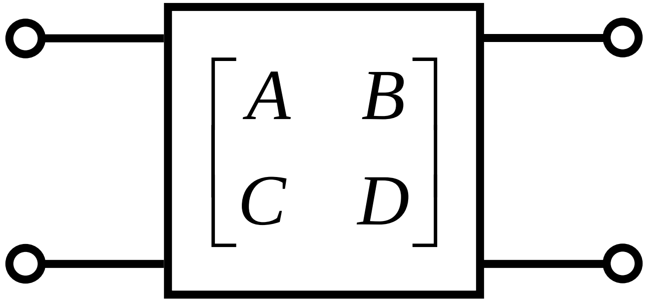


$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{Z_1}{Z_2} & Z_1+Z_3+\dfrac{Z_1 Z_3}{Z_2} \\ \dfrac{1}{Z_2} & 1+\dfrac{Z_3}{Z_2} \end{bmatrix}$$

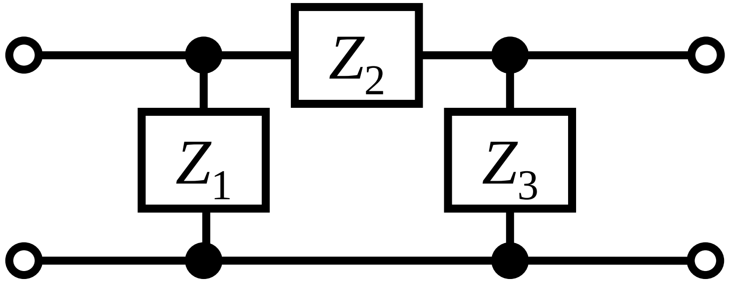
$$\therefore \left.\begin{aligned} &A = 1+\frac{Z_1}{Z_2} \qquad B = Z_1+Z_3+\frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \\ &C = \frac{1}{Z_2} \qquad\qquad D = 1+\frac{Z_3}{Z_2} \end{aligned}\right\}$$

$$Z_1 = \frac{A-1}{C} \qquad Z_2 = \frac{1}{C} \qquad Z_3 = \frac{D-1}{C}$$

π形等価回路



任意の回路を
π形 回路で **等価** 表現



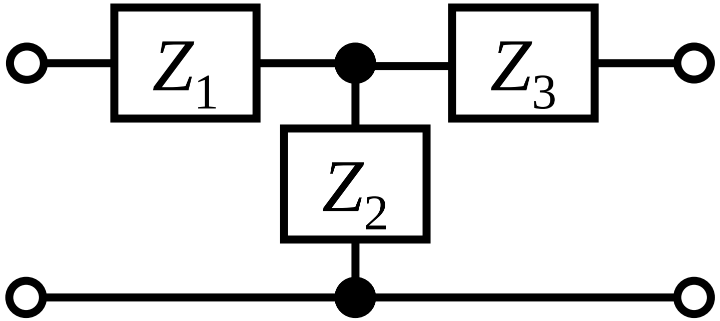
Z_1, Z_2, Z_3 を
A, B, C, D で表現

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{Z_2}{Z_3} & Z_2 \\ \dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_3}+\dfrac{Z_2}{Z_1 Z_3} & 1+\dfrac{Z_2}{Z_1} \end{bmatrix}$$

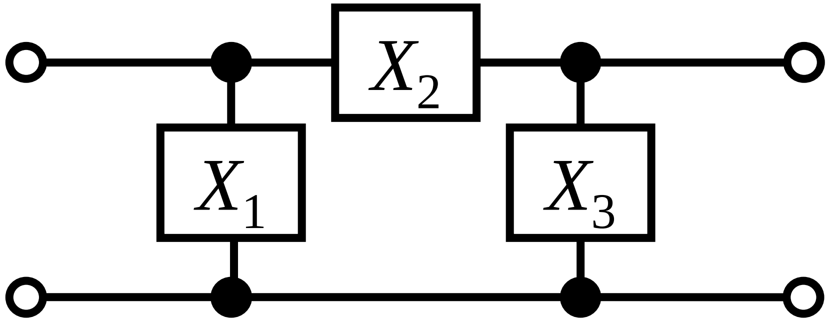
$$\therefore \left. \begin{array}{ll} A = 1+\dfrac{Z_2}{Z_3} & B = Z_2 \\ C = \dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_3}+\dfrac{Z_2}{Z_1 Z_3} & D = 1+\dfrac{Z_2}{Z_1} \end{array} \right\}$$

$$Z_1 = \frac{B}{D-1} \quad Z_2 = B \quad Z_3 = \frac{B}{A-1}$$

T形π形変換（Y－Δ変換）



3相交流解析によく利用する



$$[F_{\mathrm{T}}]=\begin{bmatrix} 1+\dfrac{Z_1}{Z_2} & Z_1+Z_3+\dfrac{Z_1Z_3}{Z_2} \\ \dfrac{1}{Z_2} & 1+\dfrac{Z_3}{Z_2} \end{bmatrix}$$

合同（≡）

$$[F_{\pi}]=\begin{bmatrix} 1+\dfrac{X_2}{X_3} & X_2 \\ \dfrac{1}{X_1}+\dfrac{1}{X_3}+\dfrac{X_2}{X_1X_3} & 1+\dfrac{X_2}{X_1} \end{bmatrix}$$

恒等式より

$$\begin{cases} X_1=\dfrac{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}{Z_3} \\ X_2=\dfrac{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}{Z_2} \\ X_3=\dfrac{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}{Z_1} \end{cases} \qquad \begin{cases} Z_1=\dfrac{X_2X_3}{X_1+X_2+X_3} \\ Z_2=\dfrac{X_3X_1}{X_1+X_2+X_3} \\ Z_3=\dfrac{X_1X_2}{X_1+X_2+X_3} \end{cases}$$

対称の場合

$$\begin{cases} X_1=Z_1+2Z_2 \\ X_2=\dfrac{Z_1(Z_1+2Z_2)}{Z_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} Z_1=\dfrac{X_1X_2}{2X_1+X_2} \\ Z_2=\dfrac{X_1}{2X_1+X_2} \end{cases}$$

全対称の場合 $X=3Z \quad Z=X/3$

パラメータの用語と物理的意味（1）

相反性

1次電力P_1と2次電力P_2が常に **等しい**
($P_1 = V_1I_1 = V_2I_2 = P_2$) 性質を **相反性** という。
線形受動素子(R, L, C)のみで構成される
二端子対回路では常に成り立つ。

相反回路

- Z 行列：$z_{12} = z_{21}$
- Y 行列：$y_{12} = y_{21}$
- F 行列：$AD - BC = 1$

対称性

相反性に加えて，1次側と2次側を
入れ替えても電気的特性が **変化しない**
性質を **対称性** という。

対称回路

- Z 行列：$z_{11} = z_{22}$
- Y 行列：$y_{11} = y_{22}$
- F 行列：$A = D$

パラメータの用語と物理的意味（2）

Zパラメータ

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

z_{11}, z_{22} :対角要素
駆動点 インピーダンス

z_{12} , z_{21}: 反対角要素
伝達 インピーダンス
（開放）

Yパラメータ

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

y_{11}, y_{22} :対角要素
駆動点 アドミタンス

y_{12} , y_{21}: 反対角要素
伝達 アドミタンス
（短絡）

Fパラメータ

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

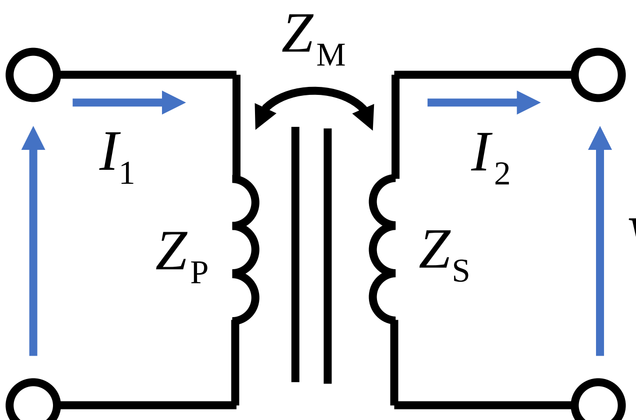
A : **電圧** 伝送係数

B : **伝達** インピーダンス
（短絡）

C : **伝達** アドミタンス
（開放）

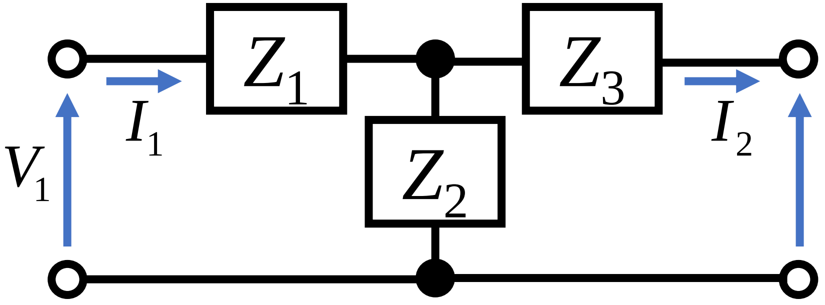
D : **電流** 伝送係数

変圧器のT形等価回路



Z_P, Z_Sは1次，2次インピーダンス
Z_M は相互インピーダンス

T形 回路で **等価** 表現



キルヒホッフ則より，

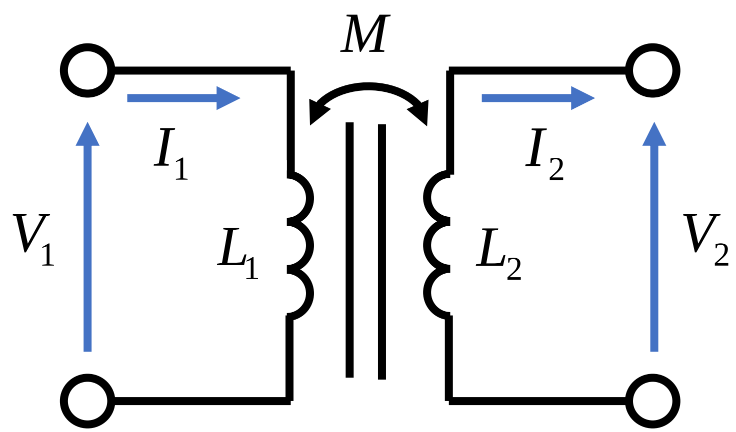
$$\begin{cases} V_1 = Z_P I_1 - Z_M I_2 \\ -V_2 = -Z_M I_1 + Z_S I_2 \end{cases}$$

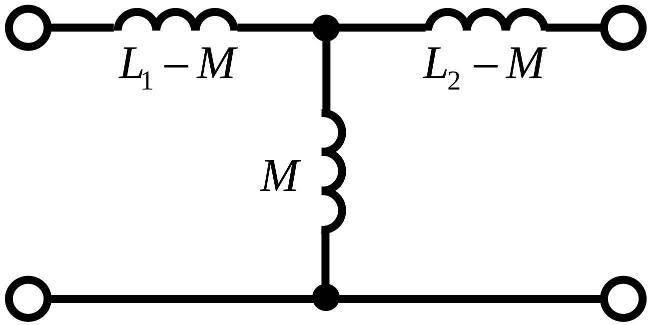
これより，

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{Z_P}{Z_M} V_2 + \dfrac{Z_P Z_S - Z_M{}^2}{Z_M} I_2 \\ I_1 = \dfrac{1}{Z_M} V_2 + \dfrac{Z_S}{Z_M} I_2 \end{cases}$$

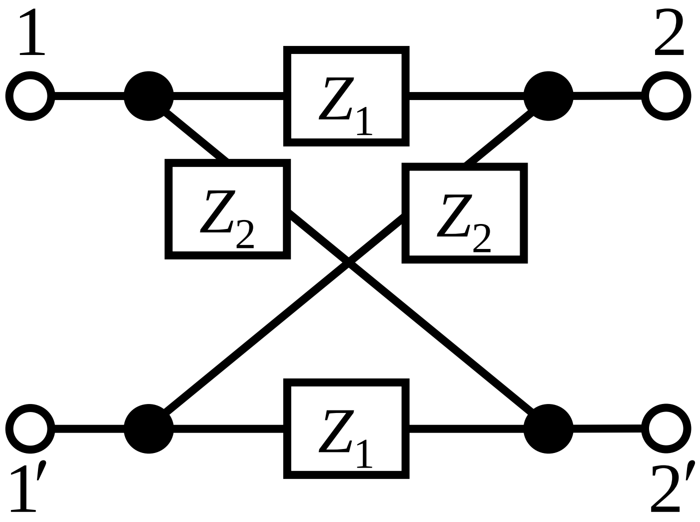
T形等価回路表現より，

$$\begin{cases} Z_1 = Z_P - Z_M = j\omega(L_1 - M) \\ Z_2 = Z_M = j\omega M \\ Z_3 = Z_S - Z_M = j\omega(L_2 - M) \end{cases}$$

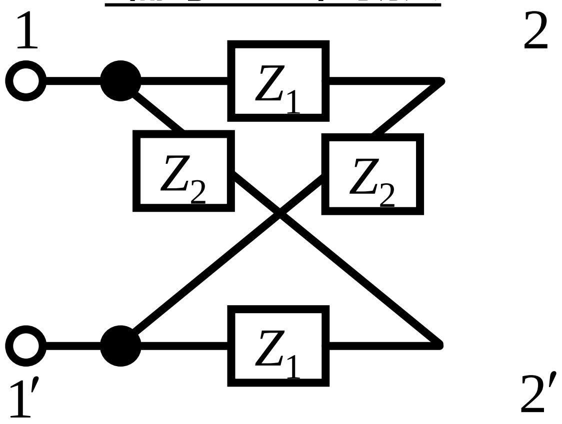


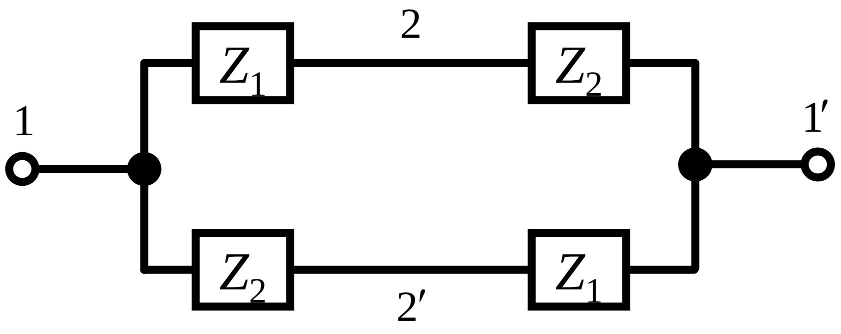


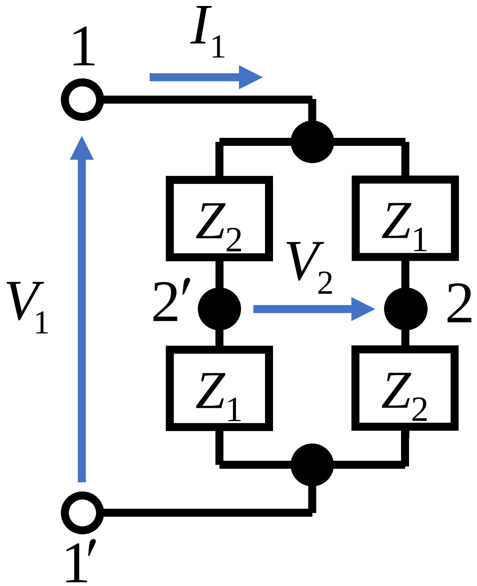
対称格子形回路の Z 行列



端子2を開放







$$z_{11}=\left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}=\frac{Z_1+Z_2}{2}=z_{22}$$

対称性

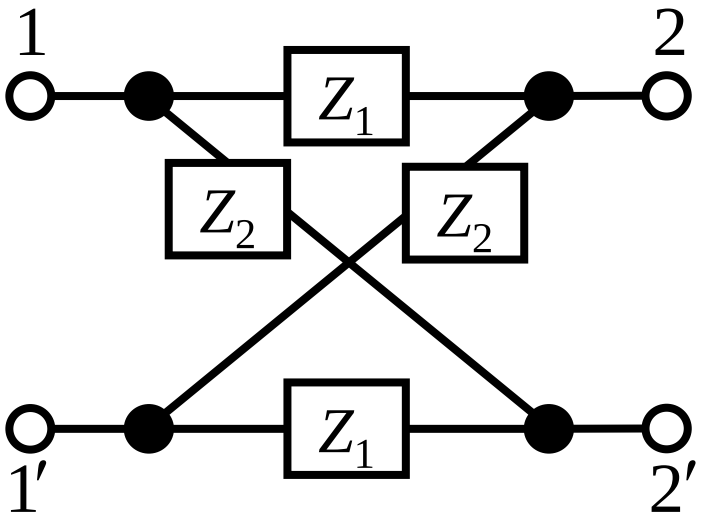
$$\begin{cases} V_2=\dfrac{Z_2}{Z_1+Z_2}V_1-\dfrac{Z_1}{Z_1+Z_2}V_1=\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}V_1 \\ I_1=\dfrac{V_1}{\frac{Z_1+Z_2}{2}}=\dfrac{2V_1}{Z_1+Z_2} \end{cases}$$

$$z_{21}=\left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}=\frac{Z_2-Z_1}{2}=z_{12}$$

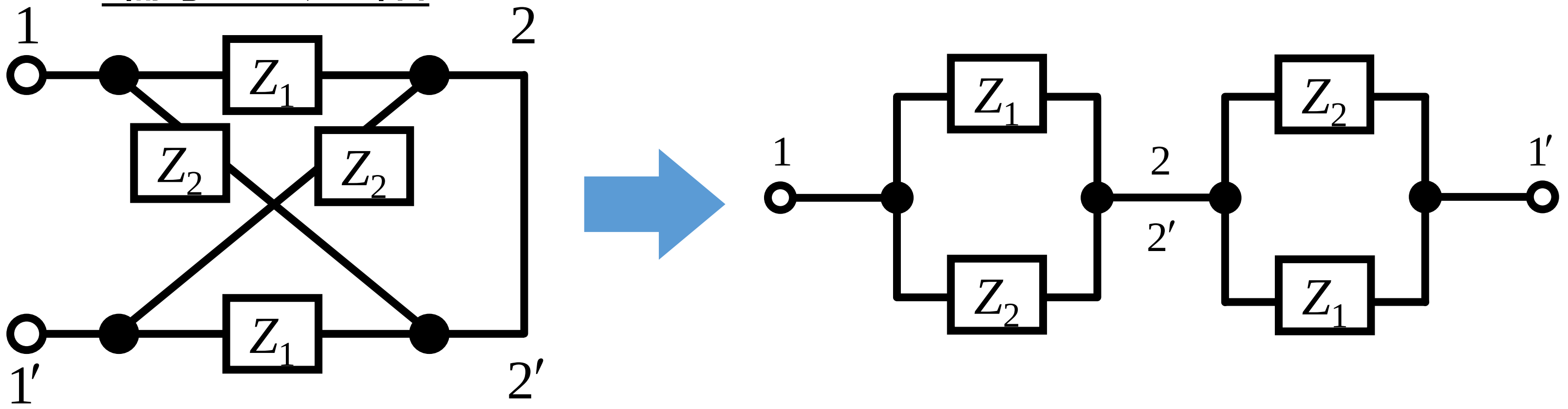
相反性

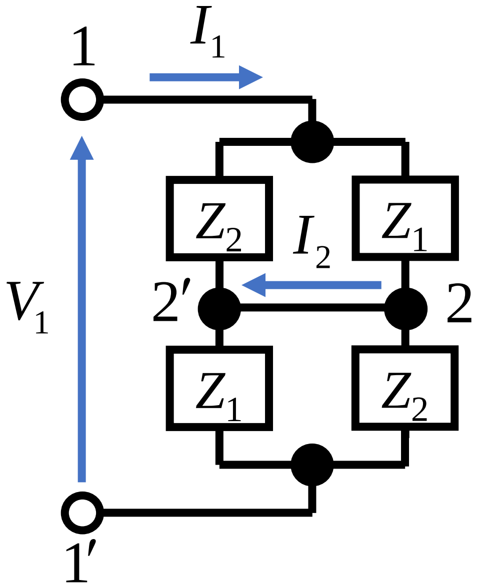
Y 行列を求める場合は端子を **短絡**

対称格子形回路の Y 行列



端子2を短絡





$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{Z_1+Z_2}{2Z_1Z_2} = y_{22}$$

対称性

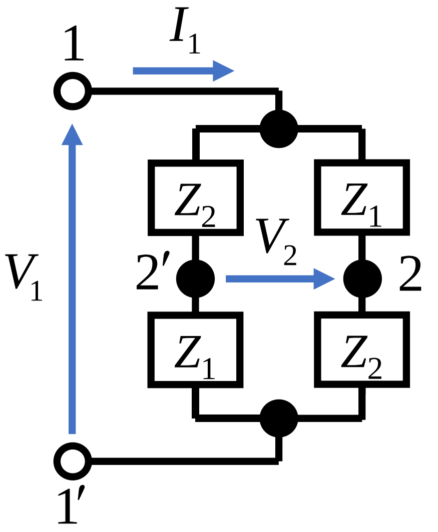
相反性

$$\begin{cases} \left.I_1\right|_{V_2=0} = \dfrac{Z_1+Z_2}{2Z_1Z_2}V_1 \\ \left.I_2\right|_{V_2=0} = \dfrac{Z_2}{Z_1+Z_2}I_1 - \dfrac{Z_1}{Z_1+Z_2}I_1 = \dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}I_1 = \dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}\cdot\dfrac{Z_1+Z_2}{2Z_1Z_2}V_1 = \dfrac{Z_2-Z_1}{2Z_1Z_2}V_1 \end{cases}$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{Z_2-Z_1}{2Z_1Z_2} = y_{12}$$

対称格子形回路の F 行列

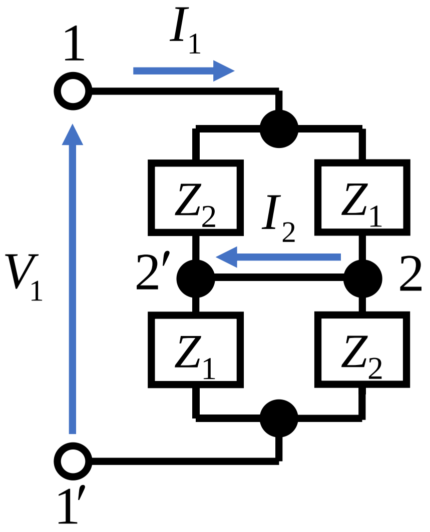
2次側 **開放**



$$A=\left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0}=\frac{V_1}{\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}V_1}=\frac{Z_1+Z_2}{Z_2-Z_1}$$

$$C=\left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}=\frac{\dfrac{2V_1}{Z_1+Z_2}}{\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}V_1}=\frac{2}{Z_2-Z_1}$$

2次側 **短絡**



$$B=\left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0}=\frac{V_1}{\dfrac{Z_2-Z_1}{2Z_1Z_2}V_1}=\frac{2Z_1Z_2}{Z_2-Z_1}$$

$$D=\left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0}=\frac{\dfrac{Z_1+Z_2}{2Z_1Z_2}V_1}{\dfrac{Z_2-Z_1}{2Z_1Z_2}V_1}=\frac{Z_1+Z_2}{Z_2-Z_1}$$

$$[F]=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{Z_1+Z_2}{Z_2-Z_1} & \dfrac{2Z_1Z_2}{Z_2-Z_1} \\ \dfrac{2}{Z_2-Z_1} & \dfrac{Z_1+Z_2}{Z_2-Z_1} \end{bmatrix}$$

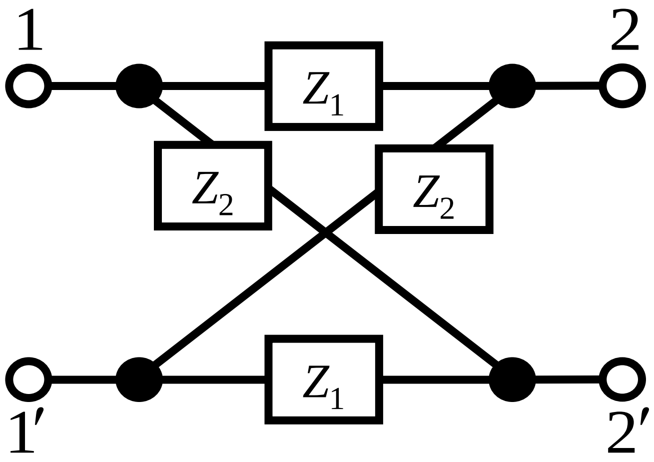
相反 性

$$|F|=AD-BC=1$$

対称 性

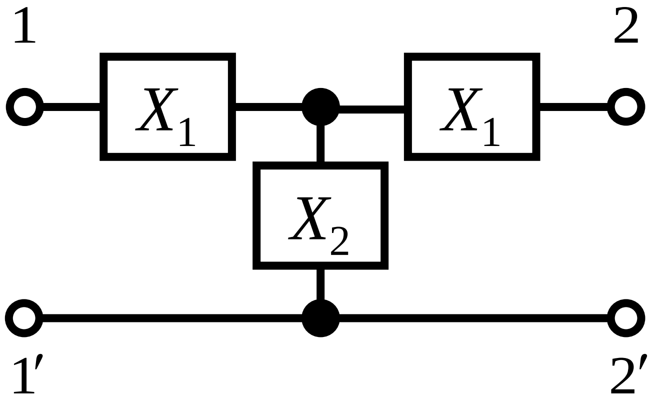
$$A=D$$

対称格子形回路のT形等価回路：F 行列



$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_1+Z_2}{Z_2-Z_1} & \dfrac{2Z_1Z_2}{Z_2-Z_1} \\ \dfrac{2}{Z_2-Z_1} & \dfrac{Z_1+Z_2}{Z_2-Z_1} \end{bmatrix}$$

比較



$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{X_1}{X_2} & 2X_1+\dfrac{X_1{}^2}{X_2} \\ \dfrac{1}{X_2} & 1+\dfrac{X_1}{X_2} \end{bmatrix}$$

格子形 ↓ T形

$$\begin{cases} X_1 = Z_1 \\ X_2 = \dfrac{Z_2 - Z_1}{2} \end{cases}$$

※格子形→T形の条件：

$Z_2 > Z_1$

T形 ↓ 格子形

$$\begin{cases} Z_1 = X_1 \\ Z_2 = X_1 + 2X_2 \end{cases}$$

※T形→格子形の条件：

無し（常に **可能** ）