21. 回路方程式変換法 と s 回路法

21. Circuit Equation Transform Method and s Circuit Method

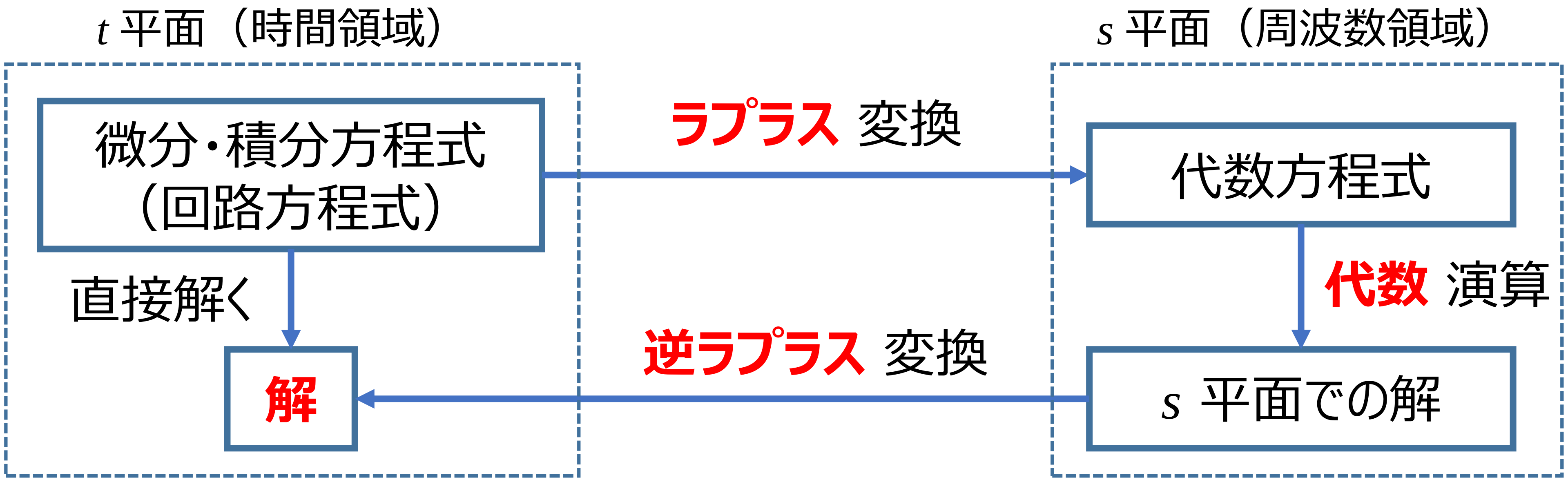
講義内容

1. 回路方程式変換法
2. s 回路法

回路方程式変換法

回路方程式変換法

回路方程式 を **ラプラス変換** して解を求める方法
※ **初期条件** は **変換** するときに **考慮** される

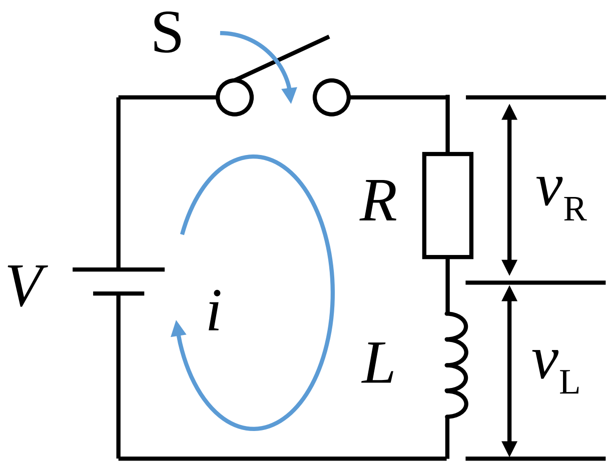


回路方程式変換法の手順

(1) **回路方程式** を導出
(2) 回路方程式を **ラプラス** 変換 ⇒ **微分** 方程式が **代数** 方程式へ
(3) **代数演算** により **s 平面** での **解** を求める（必要なら **部分分数分解** ）
(4) **逆ラプラス** 変換して **t 平面** での **解** を求める

解析例1

例：図のRL直列回路について，スイッチオン直後に流れる電流を求める



電流について回路方程式を導出すると $V = Ri(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$

初期値
（ 開放なので **0** ）

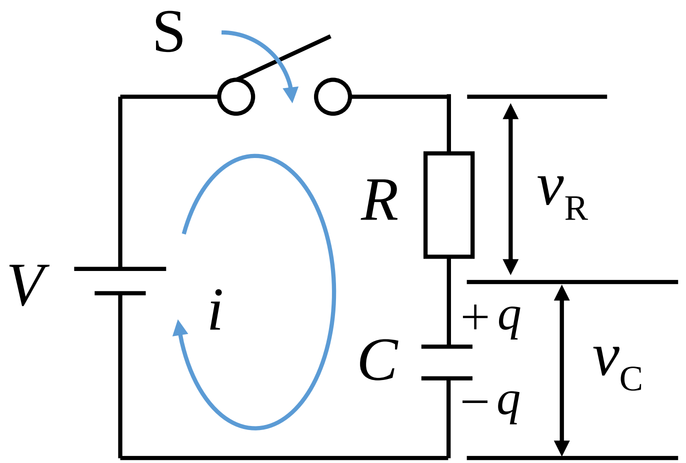
両辺をラプラス変換すると $\dfrac{V}{s} = RI(s) + LsI(s) - Li(0\_) = (R+Ls)I(s)$

$I(s)$ を求め，部分分数分解すると $I(s) = \dfrac{V}{s(R+Ls)} = \dfrac{V}{R}\left\{\dfrac{1}{s\left(\dfrac{L}{R}s+1\right)}\right\} = \dfrac{V}{R}\left(\dfrac{1}{s} - \dfrac{1}{s+\dfrac{R}{L}}\right)$

逆ラプラス変換によって$i(t)$ を求めると， $i(t) = \dfrac{V}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$

解析例2

例：図のRC直列回路について，スイッチオン直後に流れる電流を求める



電流について回路方程式を導出すると

$$V = Ri(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt$$

両辺をラプラス変換すると

$$\frac{V}{s} = RI(s) + \frac{1}{Cs}I(s) + \frac{q(0\_)}{Cs}$$

初期電荷

$I(s)$ を求めると，

$$\frac{V}{s} - \frac{q(0\_)}{Cs} = I(s)\left(R + \frac{1}{Cs}\right) \Rightarrow \frac{V - \frac{q(0\_)}{C}}{s} \cdot \frac{1}{\left(R + \frac{1}{Cs}\right)} = \frac{V - \frac{q(0\_)}{C}}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{CR}}$$

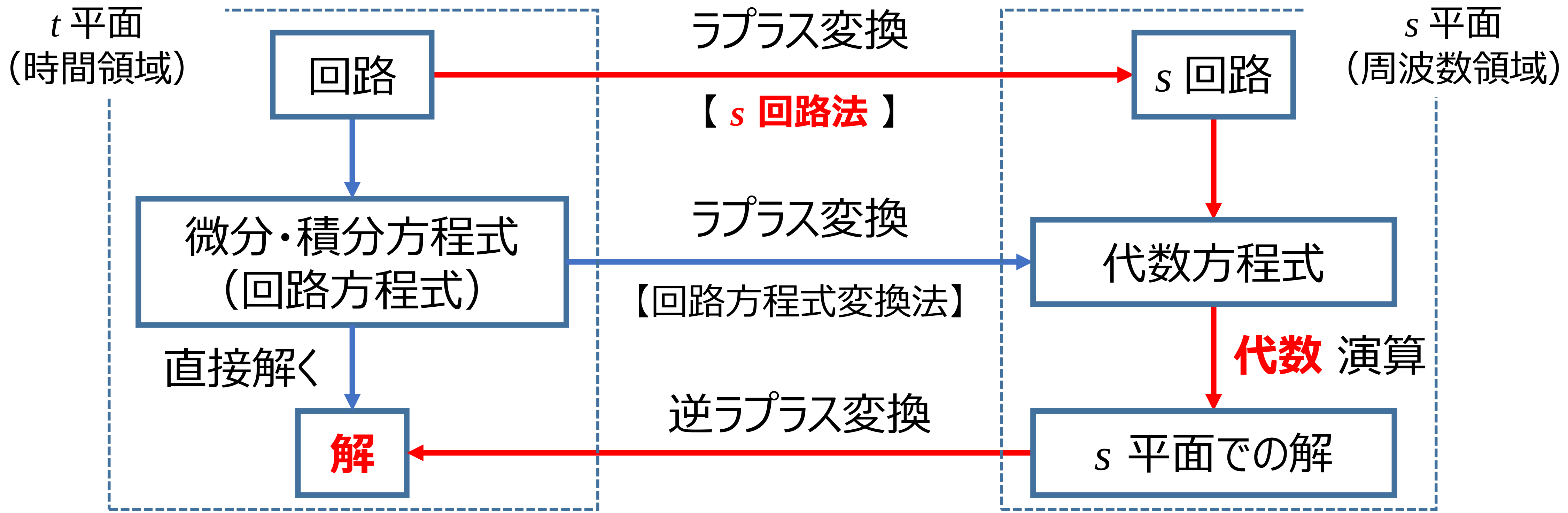
逆ラプラス変換によって$i(t)$ を求めると，

$$i(t) = \frac{V - \frac{q(0\_)}{C}}{R} e^{-\frac{1}{CR}t}$$

初期電荷 が **0** の場合
$q(0\_) = 0$ とすればよい

s 回路法

s 回路法 回路を s **回路** に置き換えて解を求める方法



s 回路法の手順

（1） 回路を（スイッチオン直後の） s **回路** に **変換** する
（2） **直流回路** と 見なし， キルヒホッフの法則等により回路を解く
（3） **逆ラプラス変換** して **時間** 関数を求める

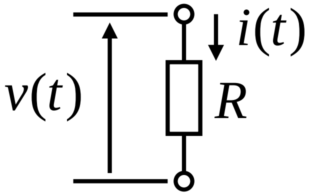
各回路素子の s 回路

抵抗 R

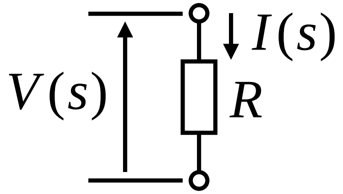
$v(t) = Ri(t)$

基本則①

L → $V(s) = RI(s)$



L →



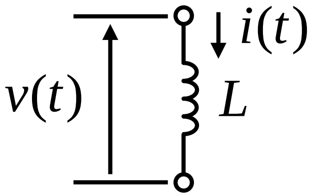
インダクタンス L

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

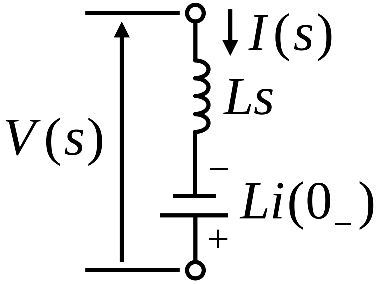
基本則⑥

L → $V(s) = LsI(s) - Li(0_-)$

初期電流



L →



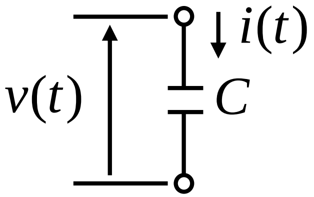
キャパシタンス C

$$v(t) = C\int_{0_-}^{t} i(t)dt + V_0$$

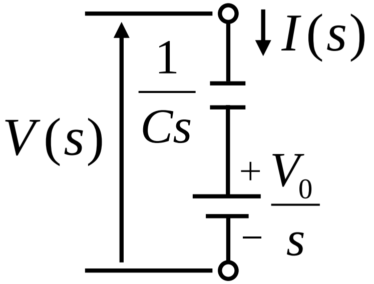
初期電圧

L → $V(s) = \dfrac{I(s)}{Cs} + \dfrac{V_0}{s}$

基本則⑦



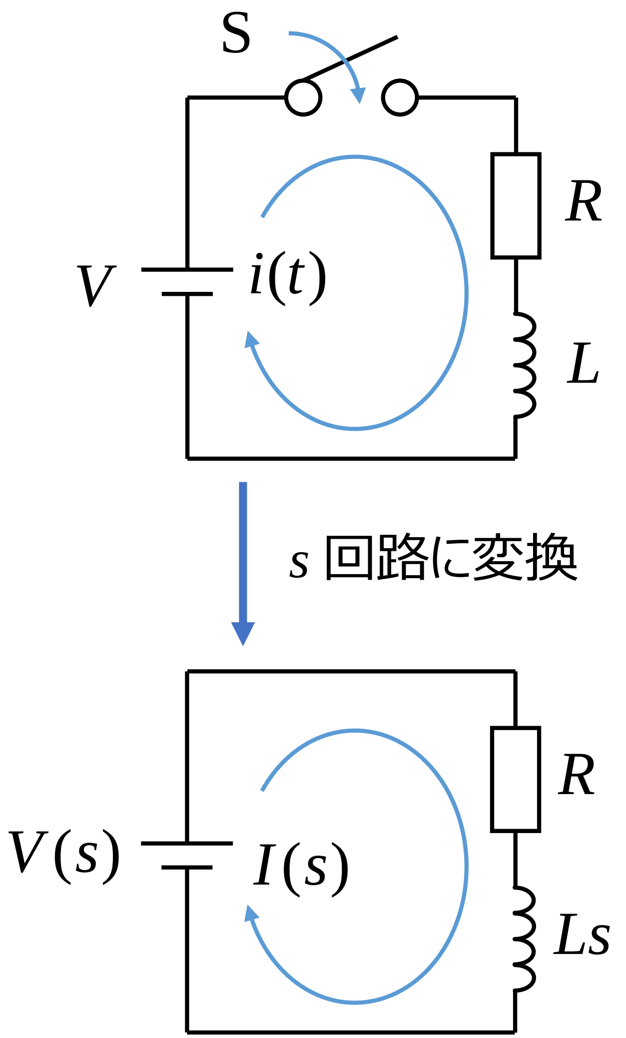
L →



L, C：**自然** に **初期条件** が含まれる（初期値の **向き** に注意）

s 回路法による解析例（解析例１）

例：図のRL直列回路について，スイッチオン直後に流れる電流を求める



初期電流は無いので，s 回路は下図のようになる
変換した s 回路から電流 $I(s)$ を求めると

$$I(s)=\frac{1}{R+Ls}V(s)$$

電圧$V(s)$はステップ電圧 $Vu(t)$ をラプラス変換したものなので，

$$I(s)=\frac{1}{R+Ls}V(s)=\frac{1}{R+Ls}\frac{V}{s}=\frac{V}{s(R+Ls)}=\frac{V}{R}\left\{\frac{1}{s\left(\frac{L}{R}s+1\right)}\right\}=\frac{V}{R}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right)$$

逆ラプラス変換すると，

$$i(t)=\frac{V}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

グラフは