27. 非正弦波交流回路における各種パラメータ

27. Each Parameters for Non-Sinusoidal AC Circuit

講義内容

1. 非正弦波の実効値
2. 波形の特徴を表す定数
3. 全高調波歪み率の例題

非正弦波の実効値

実効値 の定義

RMS：2乗(**S** quare)して
平均値(**M** ean) をとって
平方根(**R** oot)をした値

➡ **平均二乗平方根** ともいう

※正弦波　$i(t) = I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \theta)$ の場合

➡ $$I_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{i(t)\}^2 dt} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{i(t)\}^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} I_{\mathrm{m}}{}^2 \sin^2\theta d\theta} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\int_0^{2\pi}\sin^2\theta d\theta}$$

$$= \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos 2\theta}{2}d\theta} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{2\sqrt{\pi}}\sqrt{\int_0^{2\pi}(1-\cos 2\theta)d\theta}$$

※ I_{m}：最大値（振幅）

$$= \frac{I_{\mathrm{m}}}{2\sqrt{\pi}}\sqrt{\int_0^{2\pi}d\theta - \underline{\int_0^{2\pi}\cos 2\theta d\theta}} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{2\sqrt{\pi}}\cdot\sqrt{2\pi} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}}$$

前述の結果と一致

正弦波を1周期積分：**ゼロ**

非正弦波の実効値（RMS）

非正弦波交流の **実効値**

$$i(t) = I_0 + I_{m1}\sin(\omega t - \theta_1) + I_{m2}\sin(2\omega t - \theta_2) + \cdots$$ とすると

$$\{i(t)\}^2 = I_0{}^2 + I_{m1}{}^2\sin^2(\omega t - \theta_1) + I_{m2}{}^2\sin^2(2\omega t - \theta_2) + \cdots$$

$$+ I_0 I_{m1}\sin(\omega t - \theta_1) + \cdots$$

$$+ I_{m1}\sin(\omega t - \theta_1) I_{m2}\sin(2\omega t - \theta_2) + \cdots$$

$$+ \cdots$$

$$\int dt = I_0{}^2$$

$$\int dt = \frac{I_{mk}{}^2}{2} = I_k{}^2$$ **各調波** の実効値

直交性 より **積分** すると…

以上より，
非正弦波交流の実効値は

$$\boxed{I_{rms} = \sqrt{I_0{}^2 + I_1{}^2 + I_2{}^2 + \cdots} = \sqrt{I_0{}^2 + \frac{I_{m1}{}^2 + I_{m2}{}^2 + \cdots}{2}}}$$

波形の特徴を表す定数①

全高調波歪み 率（**THD**：Total Harmonic Distortion）

$$\mathrm{THD}=\frac{\text{高調波の実効値}}{\text{基本波の実効値}}=\frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty}I_k^{\ 2}}}{I_1}=\frac{\sqrt{I_2^{\ 2}+I_3^{\ 2}+I_4^{\ 2}+\cdots}}{I_1}=\frac{\sqrt{I_{\mathrm{m2}}^{\ 2}+I_{\mathrm{m3}}^{\ 2}+I_{\mathrm{m4}}^{\ 2}+\cdots}}{I_{\mathrm{m1}}}$$

$$=\frac{\sqrt{I_{\mathrm{rms\_ndc}}^{\ 2}-I_1^{\ 2}}}{I_1}$$

$$\boxed{I_{\mathrm{rms\_ndc}}^{\ 2}=\sum_{k=1}^{\infty}I_k^{\ 2}}$$

$I_{\mathrm{rms\_ndc}}$： **直流分を含めない** 波形全体の実効値

I_1： 波形の基本波成分の実効値

I_k： 波形の高調波成分の実効値（$k\neq 1$）

※THD = KF, DF：歪み率（Klirr Factor, Distortion Factor）

※ 全高調波ひずみ率は **正弦波** から **どれだけ歪んでいるか** を表す
THD = 0 のとき **正弦波** であり，THDが **大きい** ほど正弦波から **歪んでいる** 事を表す

波形の特徴を表す定数②

波高率：Crest Factor

$$\mathrm{CF} = \frac{最大値}{実効値} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{I_0{}^2 + I_1{}^2 + I_2{}^2 + \cdots}}$$

※ **波高率** は **波形** の **尖鋭度** を表し
この値が大きいほど波形は鋭い

波形率：Form Factor

$$\mathrm{FF} = \frac{実効値}{絶対平均値} = \frac{I_{\mathrm{rms}}}{\frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt}$$

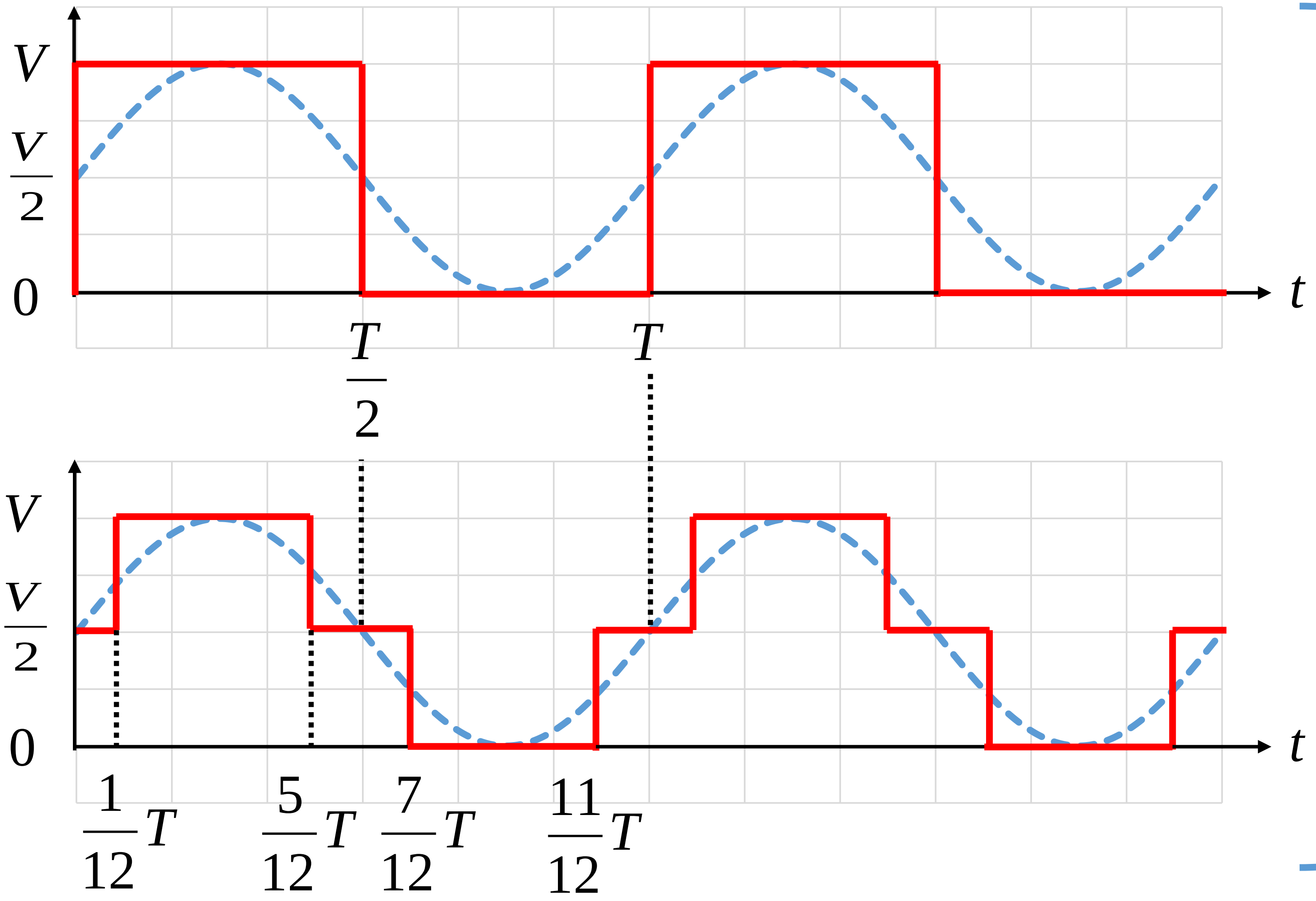
※ **波形率** は **波形の平滑さ** を表す

曲線率

$$曲線率 = \frac{交流成分の実効値}{基本波の実効値} = \frac{\sqrt{I_1{}^2 + I_2{}^2 + I_3{}^2 + \cdots}}{I_1}$$

※ 曲線率 ＝ 1のとき
正弦波である
（あまり使われない）

波形を定量的に表す手法（ひずみ率（歪率））



平均値，リプル率も
ともに等しい

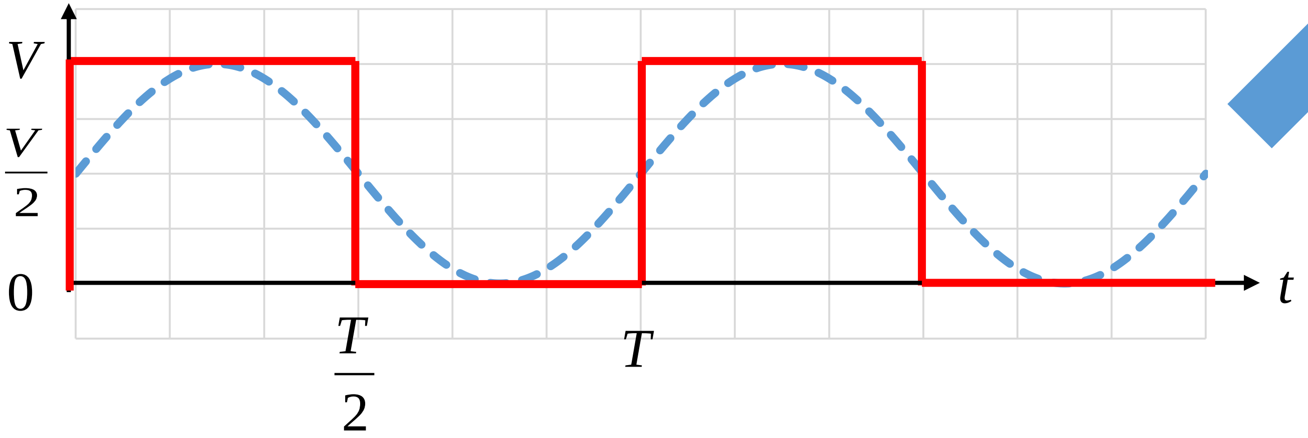
どちらの波形がより
正弦波 に近いか

ひずみ率 を用いて
定量的に評価

例題：全高調波ひずみ率（1）

問：次の波形の全高調波ひずみ率を求めよ

直流＋矩形波



直流成分：$V/2 \Rightarrow a_0$
交流成分：振幅$V/2$の矩形波

絶対値：常時$V/2$の直流
実効値：$V_{\mathrm{rms}} = V/2$

$$v(t) = a_o + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t\right) = \frac{V}{2} + \frac{2V}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\left(2k-1\right)\omega t}{2k-1}$$

と，フーリエ級数展開ができた

直流成分

交流成分

必要なのは $k = 1$ の項

例題：全高調波ひずみ率（2）

$k = 1$ の項を抜き出す

$$v(t) = \frac{V}{2} + \frac{2V}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1}\Bigg|_{k=1} = \underbrace{\frac{V}{2}}_{\text{直流成分}} + \underbrace{\frac{2V}{\pi}\sin\omega t}_{\text{交流成分 } k=1}$$

➡ 実効値 $V_1 = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{v(t)\}^2 dt} = \frac{2V}{\pi}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}$

直流成分

交流成分 $k = 1$

正弦波の実効値 $V_{\mathrm{sin\_rms}} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$

➡ 全高調波ひずみ率

$$\mathrm{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} V_k^{\,2}}}{V_1} = \frac{\sqrt{V_{\mathrm{rms\_ndc}}^{\;\;2} - V_1^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}V}{\pi}\right)^2}}{\frac{\sqrt{2}V}{\pi}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} \approx 0.483$$

THD：Total Harmonic Distortion