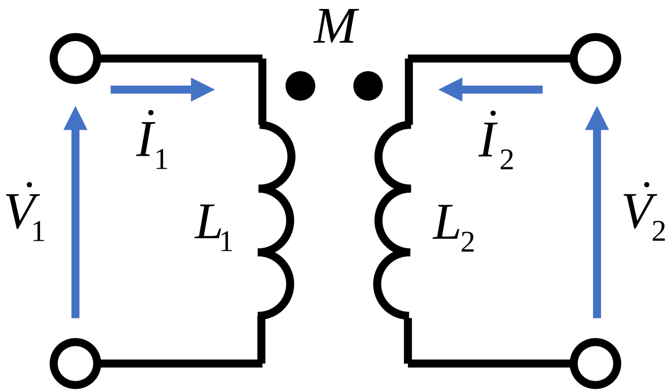
2. 理想変圧器

2. Ideal Transformer

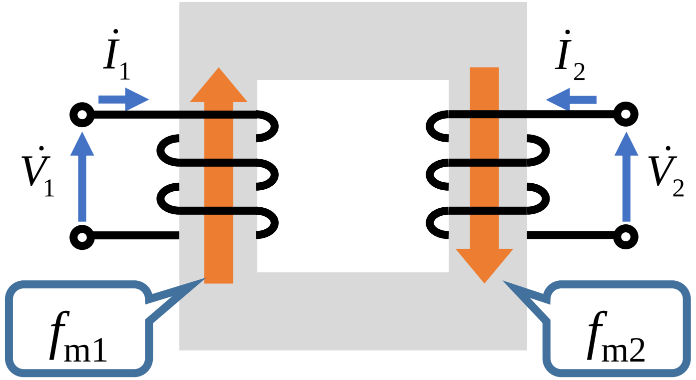
講義内容

1. 相互誘導回路とT形等価回路
2. 理想変圧器の説明
3. 理想変圧器の一次側等価換算回路

相互誘導回路の結合係数 k



相互誘導回路： 一つのコイルが作る **磁束** が
他のコイルに **鎖交** する
磁気結合 回路



結合係数 $k \equiv \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

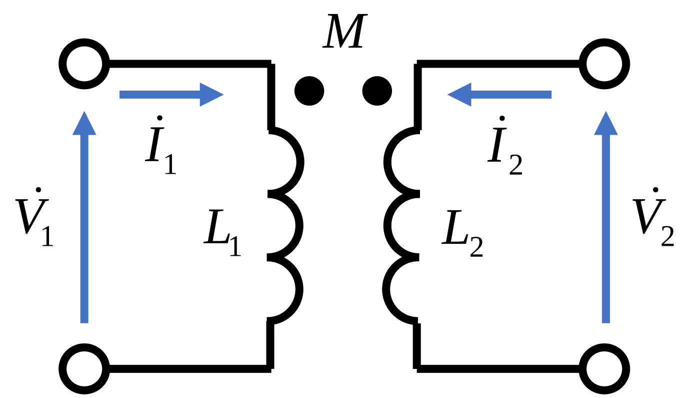
$$\left(-1 \le k \le 1\right)$$

一次巻線と二次巻線の
磁気的な結合の度合い

結合係数
k = **1**

磁束に漏れがなく（漏れ磁束 ＝ 0），変圧器の
巻線が全て変圧器としての動作として機能している

T形等価回路



増磁方向 $(M > 0)$

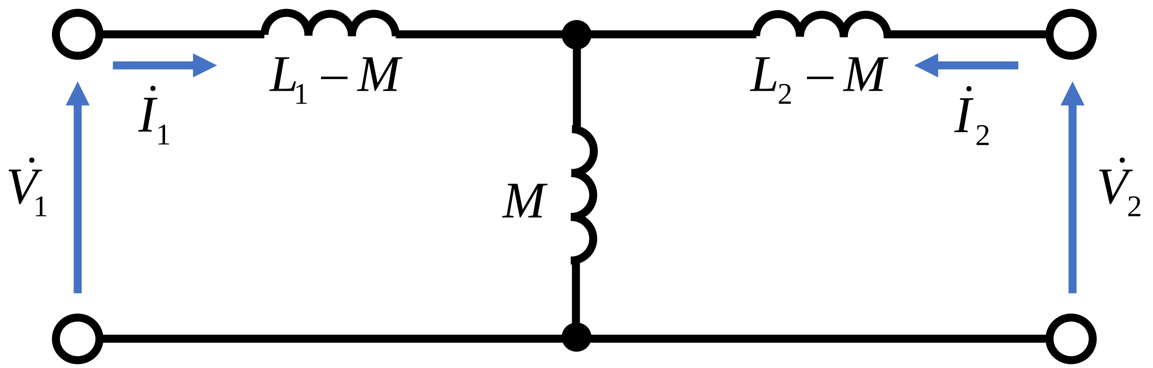
複素交流 表記

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

式変形

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + j\omega M\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) \\ \dot{V}_2 = j\omega M\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) + j\omega(L_2 - M)\dot{I}_2 \end{cases}$$

T形等価
回路



1次側と2次側が
離れていないので
扱いやすい

回路方程式をきちんと満たしている **電気** 回路

T形等価回路への式変形の解説（解法１）

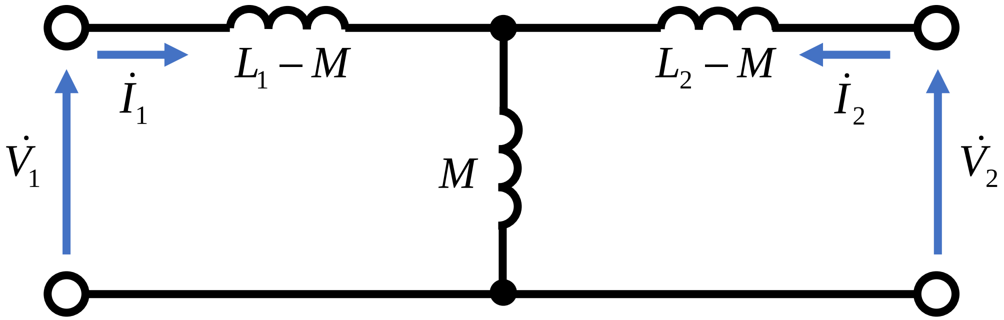
$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

互いに
打ち消し合う

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \boxed{+ j\omega M \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_1} \\ \dot{V}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \boxed{+ j\omega M \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_2} \end{cases}$$

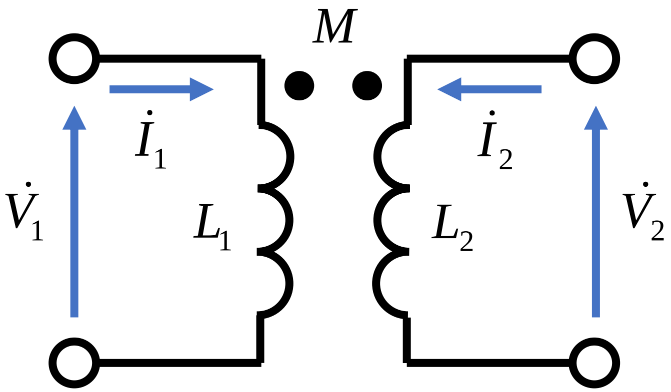
$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega (L_1 - M) \dot{I}_1 + j\omega M \left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) \\ \dot{V}_2 = j\omega M \left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) + j\omega (L_2 - M) \dot{I}_2 \end{cases} \Rightarrow$$

Charles Proteus Steinmetz (1865～1923)

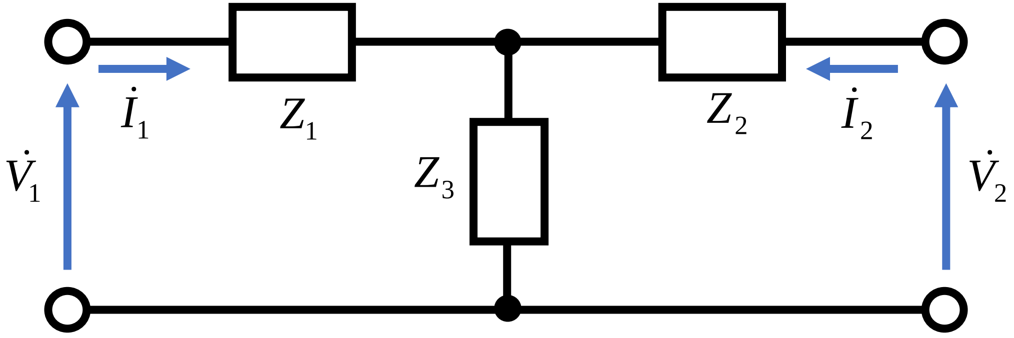


スタインメッツのT形等価回路

T形等価回路への式変形の解説（解法２）



$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$



二端子対回路なのでT形等価回路になると仮定

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 + \dot{Z}_3 \left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2 \right) = \left(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_3 \right) \dot{I}_1 + \dot{Z}_3 \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{Z}_3 \left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2 \right) = \dot{Z}_3 \dot{I}_1 + \left(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 \right) \dot{I}_2 \end{cases}$$

各係数を比較

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 + \dot{Z}_3 = j\omega L_1 \\ \dot{Z}_3 = j\omega M \\ \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 = j\omega L_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = j\omega \left(L_1 - M \right) \\ \dot{Z}_3 = j\omega M \\ \dot{Z}_2 = j\omega \left(L_2 - M \right) \end{cases}$$

上式に代入

理想変圧器の条件

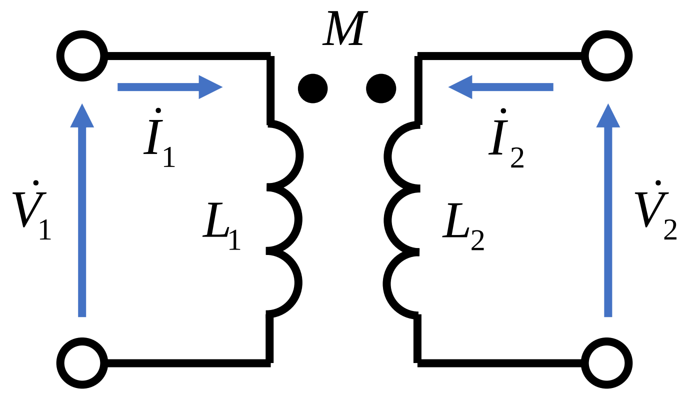
理想
変圧器

①：磁束は全て **鉄心の中** だけを通り，**両巻線** に鎖交
②：巻線の抵抗は無視（ **銅損** は無視 ）
③：鉄心の損失は無視（ **鉄損** は無視 ）
④：鉄心の飽和は無視（ **磁気飽和** 現象は無視 ）
⑤：**ヒステリシス** 現象は無視
⑥：鉄心の **透磁率** は無限大として，**励磁電流** は無視

①：**漏れ磁束** が無い ⟶ 結合係数 $k = 1$
②～⑤：エネルギー **損失** が無い
⑥：**磁化** に必要なエネルギーも必要ない

理想的 な
電力変換装置

巻数比·変圧比（理想変圧器）



$$L = N^2 \mu \frac{S_e}{l_e} = PN^2 \longrightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{PN_1^{\,2}}{PN_2^{\,2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = a^2$$

巻数比 a

$k = 1$
理想変圧器

$$\begin{aligned} M &= k\sqrt{L_1 L_2} \\ &= k\sqrt{a^2 L_2 L_2} \\ &= kaL_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = j\omega M\left(\dfrac{a}{k}\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) \\ \dot{V}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 = j\omega M\left(\dot{I}_1 + \dfrac{1}{ka}\dot{I}_2\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega M\left(a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) \\ \dot{V}_2 = j\omega M\left(\dot{I}_1 + \dfrac{1}{a}\dot{I}_2\right) = \dfrac{j\omega M}{a}\left(a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) = \dfrac{\dot{V}_1}{a} \end{cases} \longrightarrow a = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}$$

変圧比 a

巻数比
=
変圧比

変流比（理想変圧器）

理想変圧器の条件②～⑤：
エネルギー損失が無い

$\dot{W}_1 + \dot{W}_2 = 0$

電流の向き

1次側
2次側
の **複素** 電力 → $\begin{cases} \dot{W}_1 = \dot{V}_1 \bar{\dot{I}}_1 \\ \dot{W}_2 = \dot{V}_2 \bar{\dot{I}}_2 \end{cases}$

交流回路の電力計算は **複素** 電力で行う

$$\dot{W}_1 + \dot{W}_2 = j\omega M \left\{ \left(a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\bar{\dot{I}}_1 + \left(\dot{I}_1 + \frac{\dot{I}_2}{a}\right)\bar{\dot{I}}_2 \right\}$$

$$= \frac{j\omega M}{a}\left(a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\left(a\bar{\dot{I}}_1 + \bar{\dot{I}}_2\right)$$

$\bar{z} + \bar{w} = \overline{z + w}$

$$= \frac{j\omega M}{a}\left(a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\overline{\left(a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)}$$

$z\bar{z} = |z|^2$

$$= \frac{j\omega M}{a}\left|a\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right|^2$$

$$= 0$$

→ $a\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$ → $-\dfrac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \dfrac{1}{a}$

変流比 $\dfrac{1}{a}$

各巻線間の電圧・電流の関係を
表すのに，***L*** や ***M*** が必要ない！

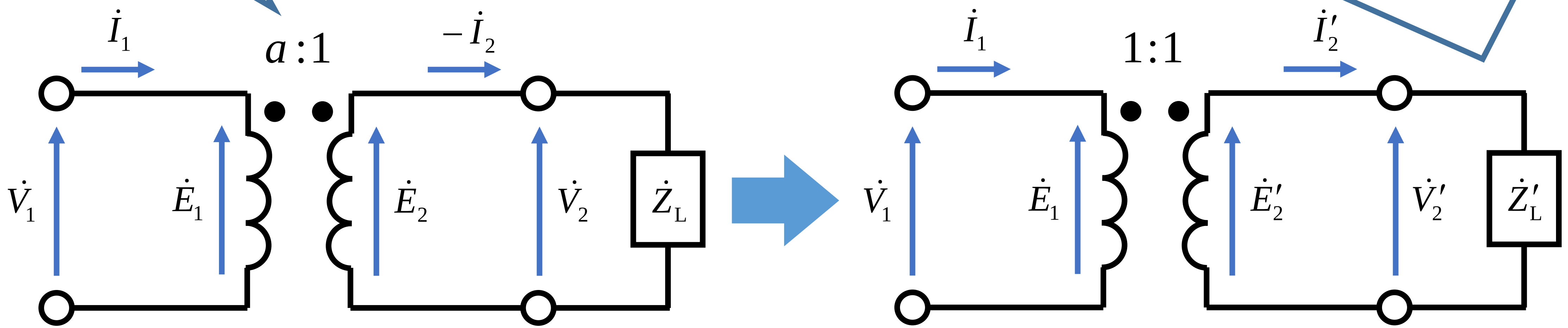
理想変圧器の等価回路変換(１)

理想変圧器：透磁率 $\mu = \infty$ ⟶ $L , M = \infty$ ⟶ T形等価回路が使えない

巻数比表示

電流の向きが逆

$$\dot{E}_2' \equiv a\dot{E}_2 \qquad \dot{V}_2' \equiv a\dot{V}_2 \qquad \dot{I}_2' \equiv -\frac{\dot{I}_2}{a} \qquad \dot{Z}_\mathrm{L}' = \frac{\dot{E}_2'}{\dot{I}_2'} = a^2\frac{\dot{E}_2}{\dot{I}_2} = a^2\dot{Z}_\mathrm{L}$$



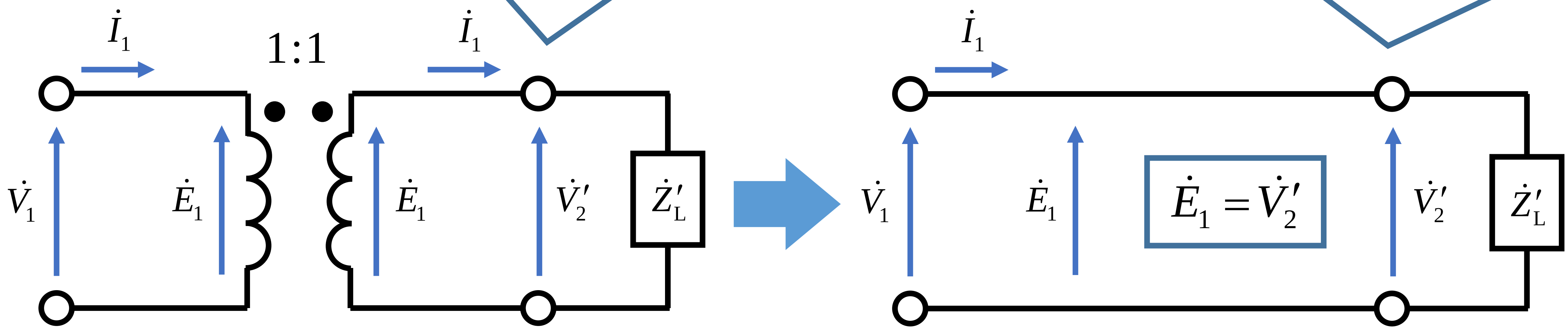
(a) 負荷のある理想変圧器　　(b) 変圧比１の理想変圧器

理想変圧器の等価回路変換(２)

変圧器を回路内に **含まない** ように構成することで式が簡単になる！

$\dot{E}_2' \equiv a\dot{E}_2 = \dot{E}_1 \qquad \dot{I}_2' \equiv -\dfrac{\dot{I}_2}{a} = \dot{I}_1$

理想変圧器が無くても
端子電圧・電流の関係が **変わらない**



(c)一次側換算理想変圧器

(d) **一次側換算** 等価回路

例題：理想変圧器の一次側等価換算回路

一次側に $\dot{V}_1 = 6.6$ [kV]の電圧源を接続した巻数比 $a = 33$ の理想変圧器があったとする。二次側に $\dot{Z}_\mathrm{L} = 10(\sqrt{3} + j)$ [Ω]の負荷を接続したときの一次側換算等価回路の負荷 $\dot{Z}_\mathrm{L}'$ を求めよ。また，一次側の電流を求めよ。

$$\dot{Z}_\mathrm{L}' = a^2 \dot{Z}_\mathrm{L} = 33^2 \times 10\left(\sqrt{3} + j\right) = 10.89\left(\sqrt{3} + j\right) \times 10^3$$
$$= 18.9 + j10.9[\mathrm{k}\Omega]$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_\mathrm{L}'} = \frac{6.6 \times 10^3}{10.89(\sqrt{3} + j) \times 10^3}$$
$$= \frac{5}{33}(\sqrt{3} - j)[\mathrm{A}] = \left(262.4 - j151.5\right)[\mathrm{mA}]$$

有理化